

На правах рукописи

Ляшков Алексей Ануфриевич

**МЕТОДОЛОГИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО И
КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

05.01.01 Инженерная геометрия и компьютерная графика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени

доктора технических наук

Нижний Новгород – 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Омский государственный технический университет»

Научный консультант

доктор технических наук, профессор Волков Владимир Яковлевич

Официальные оппоненты:

Решетников Михаил Константинович,

доктор технических наук, профессор,

ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина»,

заведующий кафедрой инженерной геометрии и промышленного дизайна,

Волошинов Денис Вячеславович

доктор технических наук, профессор

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. Институт металлургии, машиностроения и транспорта»,

заведующий кафедрой прикладной геометрии и дизайна,

Рауба Александр Александрович

доктор технических наук, профессор,

ФГБОУ ВПО «Омский государственный университет путей сообщения» профессор кафедры технологии транспортного машиностроения и ремонта подвижного состава

Ведущая организация

ФГБОУ ВПО «Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления» (г. Улан-Удэ)

Защита состоится «22» апреля 2014 г. в 15 час. 00 мин на заседании диссертационного совета Д 212.162.09 при ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 603950, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65, корпус 5, ауд. 202.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет» и на сайте www.nngasu.ru

Автореферат разослан « 18 » марта 2014 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат педагогических наук, доцент

Н. Д. Жилина

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Процесс формообразования технических поверхностей представляет собой взаимодействие инструмента (формообразующего элемента) и детали (формообразуемого элемента или заготовки) в их относительных движениях. При моделировании процесса формообразования в качестве модели получаемой поверхности может служить дискриминанта (в состав которой входит огибающая) семейства, образованного движением поверхности формообразующего элемента относительно заготовки.

Из теории сопряженных поверхностей известно, что поверхность заготовки, после ее обработки формообразующим элементом, будет состоять только из огибающей семейства поверхностей при выполнении определенных условий. Однако огибающая семейства поверхностей не всегда совпадает с реальной поверхностью, полученной после ее обработки. Это может быть связано с наличием подрезов, переходных кривых на отдельных участках профиля или по каким-либо иным причинам. Поэтому наряду с разработкой математической модели огибающей, в процессе формообразования целесообразно установление модели реальной поверхности – обволакивающей. Для получения моделей огибающей и обволакивающей используются различные группы методов, не имеющих единой методологии их формообразования.

Производство изделий в ряде отраслей машиностроения связано с технологическими процессами формообразования геометрически сложных рабочих поверхностей деталей. К таким деталям относятся шнеки, роторы винтовых насосов, зубчатые колеса, инструменты бурильных установок, рабочие колеса турбин, компрессоров и насосов, крыльчатки вентиляторов и компрессоров, металлорежущий инструмент и множество других деталей. Назначение условий размерной обработки таких деталей вызывает необходимость решения множества технологических и конструкторских задач, связанных с геометрическим положением обрабатываемых поверхностей, формообразующих инструментов и их взаимного перемещения. При этом важная роль отводится исследованию геометрии формообразования при проектировании режущего инструмента.

Усовершенствование металлорежущих инструментов, интенсивное развитие систем их автоматизированного проектирования требует дальнейшего развития методов формообразования сопряженных поверхностей. Все это обуславливает необходимость разработки единой методологии исследования процессов формообразования технических поверхностей, использующей

аналитические, численные методы, а также методы, связанные с применением геометрического и компьютерного моделирования.

Из анализа поставленной проблемы следуют объект и предмет исследования.

Объектом диссертационного исследования является геометрическое и компьютерное моделирование формообразования поверхностей и тел.

Предметом диссертационного исследования является математический аппарат и методология геометрического и компьютерного полигонального и твердотельного моделирования формообразования технических поверхностей.

Цель и задачи диссертационного исследования. Цель – разработка теоретических основ методологии геометрического и компьютерного моделирования формообразования технических поверхностей.

Достижение цели исследования требует решения следующих теоретических и прикладных **задач**:

- исследовать кривизну и дискриминанту двумерной поверхности и трехмерной гиперповерхности при их ортогональном отображении на координатную плоскость (гиперплоскость); по результатам исследования установить новые геометрические закономерности в расположении точек кривизны поверхностей (гиперповерхностей) относительно координатных плоскостей (гиперплоскостей), содержащих координатную ось, задающую направление проецирования;

- получить математические модели огибающих семейств конгруэнтных линий и поверхностей для различных способов их задания на основе установленных новых закономерностей;

- обобщить методы геометрического моделирования взаимоогibaемых поверхностей, не требующие получения уравнения связи параметров, на основе установленных закономерностей;

- разработать геометрические модели новых вспомогательных поверхностей и провести исследование их отображений на координатную плоскость; разработать методологию полигонального компьютерного моделирования этих поверхностей;

- разработать алгоритмы компьютерного твердотельного моделирования удаляемых слоев припуска при формообразовании тел с получением их количественных параметров и качественных характеристик;

- разработать алгоритмы и на их основе прикладные программы геометрического и компьютерного твердотельного имитационного моделирования формообразования поверхностей класса винтовых; показать,

что получаемые модели позволят выявить возможные отклонения их от пробного экземпляра по технологическим причинам;

- обосновать применение разработанной методологии для моделирования формообразования сложных технических поверхностей, позволяющей повысить технико-экономическую эффективность изготовления изделий.

Научная новизна работы состоит в том что:

- доказаны необходимые и достаточные условия существования кривинанты и дискривинанты двумерной поверхности и трехмерной гиперповерхности при их ортогональном отображении на координатную плоскость (гиперплоскость), что позволило установить новые геометрические закономерности в расположении точек кривинанты; полученные результаты использованы для разработки основ методологии геометрического и компьютерного моделирования формообразования технических поверхностей с единых позиций;

- получены математические модели огибающих семейств конгруэнтных линий и поверхностей на основе установленных новых геометрических закономерностей;

- обобщены методы геометрического моделирования взаимоогibaемых поверхностей, не требующие получения уравнения связи параметров поверхности и семейства, на основе установленных геометрических закономерностей формообразования;

- получены геометрические модели новых вспомогательных поверхностей на основе отображения конгруэнтных линий и поверхностей в пространство размерности на единицу большей, чем размерность пространства, в котором заданы эти многообразия; в таком отображении каждая кривая семейства размещается на слое, соответствующем значению параметра семейства;

- разработана методология полигонального компьютерного моделирования вспомогательных поверхностей, позволяющая исследовать влияние параметров установки формообразующего элемента относительно заготовки на форму искомого профиля;

- разработаны алгоритмы твердотельного моделирования формообразования деталей с периодическими профилями, обрабатываемых по методу огибания, и поверхностей класса винтовых. Эти алгоритмы позволяют решать прямую и обратную задачи формообразования с возможностью выполнения редактирования получаемых моделей;

- разработаны алгоритмы моделирования удаляемых слоев припуска в процессе формообразования с получением количественных параметров и качественных характеристик; результаты моделирования позволяют назначать оптимальные параметры подачи и количества проходов.

Теоретическая и практическая значимость. В ходе проведенного анализа известных работ были выявлены три основные объекта формообразования – дискриминанта, обволакивающая поверхность и срезаемые слои, которые необходимы при решении задач моделирования формообразования технических поверхностей. Проведенные исследования кривинанты двух и трехмерных поверхностей позволили получить новые результаты, на основе которых разработана единая методология геометрического и компьютерного моделирования объектов формообразования, использующая графоаналитические, аналитические и численные методы анализа основных объектов формообразования, а также возможности современной компьютерной графики.

Полученные вспомогательные поверхности эффективны при исследовании влияния параметров установки формообразующего элемента относительно заготовки на форму искомого профиля применительно к моделированию изделий с периодическими профилями.

Практическая значимость заключается в применениях теоретических результатов, полученных при моделировании формообразования поверхностей средствами компьютерной графики, а именно:

- обобщены алгоритмы геометрического моделирования взаимоогibaемых поверхностей с использованием численных методов, не требующие получения уравнения связи параметров поверхности и семейства, на основе исследования новых геометрических закономерностей формообразования;

- созданы полигональные модели новых геометрических объектов – вспомогательных поверхностей, позволяющие исследовать влияние параметров установки формообразующего элемента относительно заготовки на форму искомого профиля, при этом модели имеют и аналитическую реализацию;

- разработаны алгоритмы компьютерного твердотельного моделирования процессов формообразования, позволяющие получать обволакивающую (реальную) поверхность обрабатываемого изделия;

- разработаны алгоритмы компьютерного твердотельного моделирования удаляемых слоев припуска в процессе формообразования тел с получением

количественных параметров и качественных характеристик, что позволяет назначать оптимальные параметры подачи и количество проходов;

- разработанные алгоритмы моделирования формообразования реализованы в среде AutoCAD с использованием языков программирования AutoLISP, DCL (Dialog Control Language).

Основные технические решения защищены авторскими свидетельствами СССР на изобретения, а разработанные программные продукты зарегистрированы во ВНИИЦ Федерального агентства по науке и инновациям Министерства образования и науки Российской Федерации.

Результаты теоретических исследований диссертационной работы внедрены или приняты к внедрению в виде методических материалов, содержащих алгоритмы и программы профилирования речного, дискового и червячного инструментов, на предприятиях г. Омска: ПО «Полет» филиала ФГУП «ГКНПЦ им. М. В. Хруничева»; «НПЦ газотурбостроения «Салют» (филиал «ОМО им. П. И. Баранова» ФГУП «НПЦ газотурбостроения «Салют»), ОАО «Сибирские приборы и системы».

Результаты научных исследований внедрены в учебный процесс при чтении лекций и проведении практических занятий на факультете повышения квалификации при Омском государственном техническом университете для преподавателей высших учебных заведений г. Омска и линейных вузов Российской Федерации.

Достоверность результатов. В качестве основного в диссертационной работе принят метод геометрического и компьютерного моделирования формообразования поверхностей, основанный на установленных дифференциальных свойствах особенностей отображения ортогональным проецированием двумерных поверхностей и трехмерных гиперповерхностей на координатную плоскость (гиперплоскость). Основу методологии исследования этих свойств составили: методы аналитической геометрии плоскости и пространства (труды П.С. Александрова, М.М. Постникова, А.В. Погорелова, В.А. Ильина), методы дифференциальной геометрии плоскости и пространства (труды П.К. Рашевского, С.П. Финикова, А.В. Погорелова, В. Бляшке), теория огибающих (труды В.А. Залгаллера и других ученых), теория особенностей дифференцируемых отображений (труды В.И. Арнольда и его учеников, Н. Whitney, R. Thom), методы кинематической геометрии плоскости и пространства (труды Я. Л Геронимуса, А. П. Котельникова, А. Ф. Николаева). Для реализации разработанных алгоритмов использованы современные CAD-

системы, выполняющие полигональное и твердотельное моделирование, и адаптированные для них языки программирования.

Проведенные исследования кривизны двумерной поверхности и трехмерной гиперповерхности позволили получить новые результаты, достоверность которых иллюстрируется многочисленными примерами как в виде геометрических, так и полигональных моделей.

Новые вспомогательные поверхности, полученные на основе семейств линий, связанные с подвижной окружностью или прямой, целесообразно использовать в прикладных задачах, использующих метод центроидного огибания. Для них разработаны геометрические и полигональные модели, дополняющие друг друга и подтверждающие достоверность полученных результатов.

Для задач формообразования, в которых используется твердотельное компьютерное моделирование, разработано соответствующее алгоритмическое и программное обеспечение. Его работоспособность иллюстрируется примерами формообразования поверхностей и твердотельными моделями срезаемых слоев.

Апробация работы. Основные результаты работы обсуждались при публикациях в научных журналах, сборниках трудов и выступлениях на российских и международных конференциях: на научно-методической конференции «Перспективы развития машинной графики в преподавании графических дисциплин» (г. Одесса, октябрь 1982); на международной конференции «The 7th International Conference on Engineering Computer Graphics and Descriptive Geometry» (18-22 July 1996, Cracow, Poland); на международной конференции «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (Украина, Харьков, 1998); на 4-й Международной научно-технической конференции, посвященной 60-летию ОмГТУ (г. Омск, 12-14.11.2002); на международной конференции «The 10th International Conference on geometry and Graphics» (Ukraine, Kyiv, 2002, July 28 – august); на 2-м Международном технологическом конгрессе (Омск, ОмГТУ, 2003); на 7-й Международной конференции «Современные проблемы геометрического моделирования» (г. Мелитополь, Украина, 2003); на международной конференции «Proceedings of the Eleventh International Conference on Geometry and Graphics» (August 1-5, 2004, Gdut, Guangzhou, China); на международной конференции «International Conference of Engineering Education Silesian University of Technology» (Gliwice, Poland, 2005); на III-м международном технологическом конгрессе (г. Омск, 7 – 10 июня, 2005); на VI международной научно-технической конференции, посвященной

65-летию ОмГТУ (13-15 ноября 2007); на Второй украинско-российской научно-практической конференции (г. Харьков, 24-27 апреля 2007 г.); на Всероссийской научно-технической конференции (г. Улан-Удэ, 2009 г.); на Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения профессора Муханова Ивана Ивановича (г. Новосибирск, 16-17 октября 2009 г.); на 64-й научно-методической конференции ГОУ «СибАДИ» в рамках юбилейного международного конгресса «Креативные подходы в образовательной, научной и производственной деятельности» (г. Омск, ноябрь 2010 г.); на III Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (г. Новосибирск, 2011г.); на международной научно-методической конференции «Современное состояние, развитие инженерной геометрии и компьютерной графики в условиях информационных и компьютерных технологий», посвященной 20-летию Независимости Республики Казахстан (Казахстан, г. Алматы, 16-17 ноября 2011 г.); на Всероссийской 65-й научно-технической конференции ФГБОУ ВПО «СибАДИ» (с международным участием) (г. Омск, СибАДИ, ноябрь, 2011).

Положения, выносимые на защиту:

- методология определения кривизны и дискриминанты двумерной поверхности и трехмерной гиперповерхности относительно координатной плоскости (гиперплоскости), а также полученные на ее основе математические модели огибающих семейств конгруэнтных линий и поверхностей;
- метод профилирования взаимоогibaемых поверхностей, не требующий получения уравнения связи параметров поверхности и семейства, разработанный на основе установленных новых геометрических закономерностей формообразования;
- модели новых геометрических объектов – вспомогательных поверхностей и методология их полигонального компьютерного моделирования, позволяющая устанавливать влияние параметров установки формообразующего элемента относительно заготовки на форму искомого профиля,
- обобщенный алгоритм имитационного компьютерного твердотельного моделирования формообразования деталей с периодическими профилями, обрабатываемых по методу огибания;
- методология моделирования удаляемых слоев припуска в процессе моделирования формообразования;

- алгоритмы и программы имитационного компьютерного твердотельного моделирования формообразования поверхностей класса винтовых и сложных поверхностей.

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в более 50 опубликованных работах, из которых 35 принадлежат лично автору, 17 работ опубликованы в изданиях из перечня ВАК, одна монография, 5 авторских свидетельств СССР.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из оглавления, введения, 7 глав, основных результатов и выводов, заключения и приложений. Общий объем работы составляет 362 страницы, включая 167 рисунков, 2 таблицы, библиографический список из 232 наименований на 23 страницах, приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность исследуемой проблемы с позиций современного уровня развития инженерной геометрии, средств компьютерной графики и информационных технологий в прикладных задачах формообразования технических поверхностей применительно к профилированию режущего инструмента.

Для каждой главы приведены сведения, касающиеся постановки задач теоретических исследований и достигнутых результатов, для приложений – сведения о результатах решений прикладных производственных задач.

В первой главе выполнен анализ основных направлений исследований в теории формообразования технических поверхностей. Установлено, что основными объектами при моделировании формообразования являются: геометрические – дискриминанта и обволакивающая; физические – срезаемые слои. Выявлено, что для их моделирования используется большое количество методов. Однако во многих из них преобладает узкоспециализированная направленность. При этом для ряда задач возникает множество недостаточно решенных или совсем не решенных вопросов. Это связано с тем, что отсутствует единая методология, которая позволяла бы при необходимости определять дискриминанту и обволакивающую семейства линий и поверхностей, а также срезаемые слои, используя при этом в наибольшей степени возможности современного геометрического, полигонального и твердотельного компьютерного моделирования.

Проведенный анализ показывает, что в настоящее время используются в основном три группы методов решения такой задачи: графоаналитические,

аналитические и численные. Последние основаны на некоторых (частных) закономерностях в расположении точек огибающей относительно линии или плоскости и использующие вычислительные методы при их реализации. Если использование методов первой и второй групп позволяет определить огибающую семейств линий и поверхностей, то методы третьей группы – обволакивающую этих семейств. Известно ряд работ, в которых для частных задач формообразования разрабатываются графоаналитические и математические модели срезаемых слоев. В некоторых работах предусматривается визуализация результатов моделирования средствами CAD-систем.

В последнее время наиболее активно и эффективно выполняется решение задач формообразования поверхностей на основе применения методов геометрического моделирования средствами компьютерной графики. В общем случае это решение предусматривает выполнение следующих этапов:

1. Разработка твердотельной модели формообразующего элемента и заготовки формообразуемого элемента с заданными поверхностями и представлением вариантов моделирования удаляемого припуска.

2. Разработка по результатам моделирования алгоритма и назначение необходимых технологических условий формообразования заготовки наиболее рациональными методами размерной обработки.

При реализации обоих этапов возникает проблема качественного формообразования, которая включает следующие задачи:

1. Задача прямого формообразования (прямая задача) – формообразование режущего инструмента.

2. Обратная задача формообразования. Возникает в связи с тем, что фактический профиль детали при обработке ее спроектированным инструментом часто отличается от заданного из-за влияния подрезов, переходных кривых и огранки.

3. Задача получения готового режущего инструмента. Возникает после выполнения формообразования. Существующие методы формообразования инструмента позволяют получать аналитически рассчитанный набор параметров, который без получения пробного экземпляра инструмента и апробации в работе не позволяет произвести качественную оценку результата его профилирования.

Проведенный анализ определил главную составляющую исследования - установление новых геометрических закономерностей сопряженных

поверхностей и на их базе разработка методологии геометрического и компьютерного моделирования формообразования технических поверхностей.

Раскрытие исследуемой темы работы предполагает решение комплекса теоретических и практических задач на основе применения современных методов геометрического и компьютерного полигонального и твердотельного моделирования. Основные теоретические исследования изложены во 2-й и 3-й главе настоящей работы.

Глава 2 посвящена исследованиям отображения ортогональным проецированием двумерной поверхности и трехмерной гиперповерхности на координатную плоскость (гиперплоскость). Так в п. 2.1 рассматривается поверхность, заданная уравнением в неявном виде:

$$F(x, y, z) = 0 \quad (1)$$

В точках кривизны этой поверхности относительно координатной плоскости $Z=0$ выполняется условие:

$$F_z(x, y, z) = 0. \quad (2)$$

Рассматривая уравнение (2) как уравнение еще одной поверхности и определив пересечение ее с исходной поверхностью (1), получим кривизну поверхности (1). Проекцией этой кривизны на координатную плоскость $Z=0$ является дискриминанта поверхности (1).

Установлено, что уравнение (2), отражающее условие касания «вертикальной» плоскости с заданной поверхностью, можно также рассматривать как необходимое условие существования условного экстремума функций, графиками которых являются кривые, получаемые в пересечении поверхности (1) плоскостями, параллельными координатным плоскостям XZ или YZ .

Для определения достаточных условий существования экстремумов на рассматриваемых кривых определен второй дифференциал функции Лагранжа:

$$d^2L = -\frac{F_{zz}}{F_y} \cdot dz^2. \quad (3)$$

Тогда из (3) следует, что если $\frac{F_{zz}}{F_y} > 0$, то точка исследуемого сечения

поверхности плоскостью является точкой условного максимума; если $\frac{F_{zz}}{F_y} < 0$,

то соответствующая точка – точка условного минимума. Для $F_{zz}=0$ требуются дополнительные исследования.

Исследование кривизны поверхности позволило сформулировать теорему.

Теорема. Если при ортогональном проецировании вдоль оси Z у поверхности, заданной уравнением в неявном виде $F(x, y, z) = 0$, есть кривизна, то она состоит из множества экстремальных точек на кривых, получаемых в пересечении поверхности плоскостями, параллельными координатным плоскостям, содержащим ось Z .

Тогда кривизна D является объединением множества экстремальных точек, а именно

$$D = \sum_{i=1}^n \min f(x, z) \vee \max f(x, z) \Big|_{x=a_i}.$$

Переменной является координата z в своей области определения.

Точки этой кривизны могут входить в состав множеств:

1) множество точек, для которых:

$$F_z = 0, |F_x| + |F_y| \neq 0, F_{zz} \neq 0, \begin{vmatrix} F_x & F_y \\ F_{zx} & F_{zy} \end{vmatrix} \neq 0,$$

2) множество точек, для которых:

$$F = 0, |F_x| + |F_y| = 0,$$

3) множество точек, для которых

$$F_z = 0, |F_x| + |F_y| \neq 0, F_{zz} = 0, \begin{vmatrix} F_x & F_y \\ F_{zx} & F_{zy} \end{vmatrix} \neq 0.$$

С целью углубленного исследования дифференциальных свойств кривизны определена гауссова кривизна поверхности в точках этой кривизны. Анализ полученных выражений позволил установить, что точки кривизны могут быть эллиптическими, параболическими, гиперболическими и особыми.

Полученные результаты иллюстрируются двумя примерами, в одном из которых исследуемой поверхностью является Зонтик Уитни (рис. 1). Она задается уравнением $x^2 = y \cdot z^2$.

В этом случае уравнение дополнительной поверхности (2) будет: $z = 0$, что соответствует координатной плоскости XU . Пересечение этой плоскости с заданной поверхностью определяет прямую линию: $x=0, z=0$ (рис. 2), которая является линией самопересечения поверхности. Этот результат подтверждает и выражение для полной кривизны поверхности в точках данной линии:

$$K = -\frac{z \cdot (x - 4 \cdot z^3)}{(4 \cdot x^4 + z^4)^2}.$$

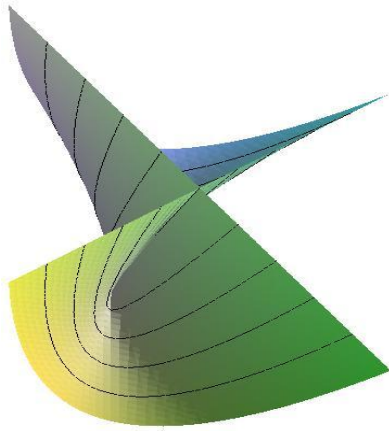


Рисунок 1 – Поверхность -
Зонтик Уитни

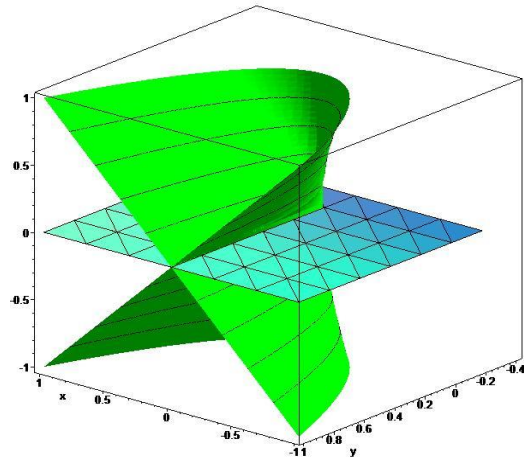


Рисунок 2 – Поверхность и ее
дискриминанта относительно плоскости XY

В п.2.2 проводится исследование отображения ортогональным проецированием поверхности, заданной параметрическими уравнениями:

$$x = f_1(u, v), y = f_2(u, v), z = f_3(u, v). \quad (4)$$

Условие «вертикальности» плоскости, касательной к поверхности записывается равенством:

$$F(u, v) = f_{1u} \cdot f_{2v} - f_{2u} \cdot f_{1v} = 0 \quad (5)$$

Уравнение (5) устанавливает связь параметров u , v и совместно с уравнениями (4) определяют дискриминанту поверхности. Уравнение (5) можно рассматривать как уравнение в декартовой системе координат U и V некоторой кривой λ , принадлежащей параметрической области $F(u, v)$. Тогда криминанта λ' получается отображением кривой λ на поверхность (4), т. е. $(\lambda \subset F) \subset R^2 \xrightarrow{F} (\lambda' \subset \Phi) \subset R^3$, где F задается уравнениями (5).

Проведенные исследования позволили сформулировать **теорему**, устанавливающую множества точек, которые определяют криминанту и дискриминанту поверхности, заданной параметрическими уравнениями.

Теорема. Если при ортогональном проецировании вдоль оси Z у поверхности, заданной параметрическими уравнениями, есть криминанта, то она состоит из множества экстремальных точек на кривых, получаемых в пересечении этой поверхности плоскостями, параллельными координатным плоскостям, содержащим ось Z .

Тогда кривинанта D является объединением множества экстремальных точек, а именно:

$$D = \sum_{i=1}^n \min f_1(u, v) \vee \max f_1(u, v) \Big|_{f_2(u, v)=a_i}, z = f_3(u, v).$$

Переменной является один из параметров поверхности в своей области определения.

Точки этой кривинанты могут входить в состав множеств:

1) множество точек, для которых

$$f_{1u} \cdot f_{2v} - f_{2u} \cdot f_{1v} = 0, \mathbf{r}_u \neq 0, F_u \neq 0, \begin{vmatrix} F_u & F_v \\ f_{1u} & f_{1v} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} F_u & F_v \\ f_{2u} & f_{2v} \end{vmatrix} \neq 0;$$

2) множество точек, для которых

$$f_{1u} \cdot f_{2v} - f_{2u} \cdot f_{1v} = 0, \mathbf{r}_u \neq 0, F_u \neq 0, \begin{vmatrix} F_u & F_v \\ f_{1u} & f_{1v} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} F_u & F_v \\ f_{2u} & f_{2v} \end{vmatrix} = 0,$$

где $F(u, v) = f_{1u} \cdot f_{2v} - f_{2u} \cdot f_{1v} = 0$.

Установлены необходимые и достаточные условия существования условных экстремумов функций, описывающих сечения поверхности (4) плоскостями $y=a_i$.

В качестве примера, иллюстрирующего применение полученных результатов, используется поверхность гиперболического параболоида (рис.3), заданная уравнением:

$$x = u + v, y = u \cdot v, z = u - v. \quad (6)$$

Тогда уравнение (5) связи параметров будет:

$$F(u, v) = u - v = 0. \quad (7)$$

Графиком уравнения (7) является прямая линия в декартовых координатах U, V . После подстановки (7) в (6), получим:

$$x = 2u, y = u^2, z = 0. \quad (8)$$

Откуда следует, что прямая (7), полученная в системе координат U и V , отображается в параболу (8), принадлежащую гиперболическому параболоиду и расположенную в плоскости XU декартовой системы координат XYZ . В рассматриваемом случае кривинанта и дискриминанта поверхности при ее проецировании вдоль оси Z совпадают.

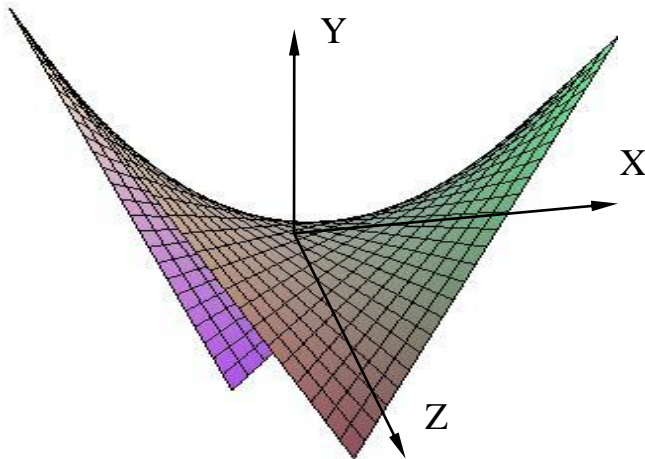


Рисунок 3 – Полигональная модель гиперболического параболоида

Анализ второго дифференциала функции Лагранжа позволил установить, что сечения поверхности (6) плоскостями $y=a_i$ имеют точки как условного минимума, так и максимума, совпадающие с точками кривинантной линии при проецировании вдоль оси Z (рис. 4).

Если условие связи наложить на координату x , определить второй дифференциал функции Лагранжа и проанализировать его, то получим, что сечения рассматриваемой поверхности плоскостями $x=a_i$ имеют только точки условного максимума (рис. 5).

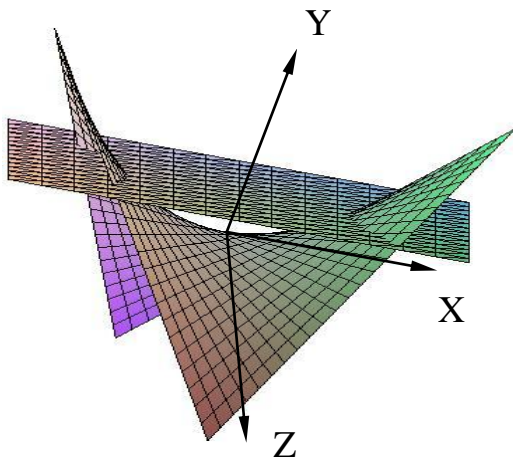


Рисунок 4 – Полигональная модель гиперболического параболоида и сечение его плоскостью, перпендикулярной оси Y .

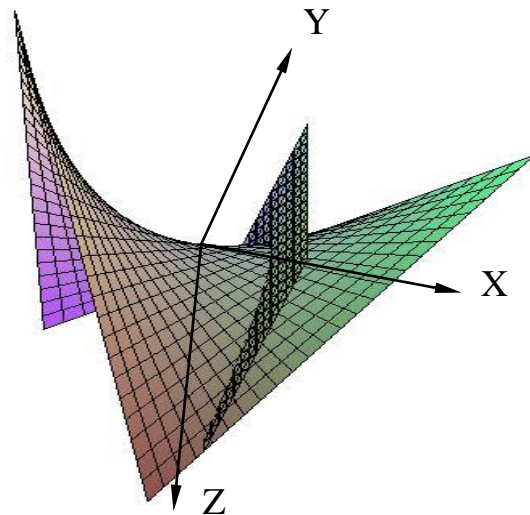


Рисунок 5 – Полигональная модель гиперболического параболоида и сечение его плоскостью, перпендикулярной оси X .

В п. 2.3 рассматривается трехмерная гиперповерхность в четырехмерном пространстве, заданная уравнением в неявном виде:

$$F(x, y, z, t) = 0 \quad (9)$$

В точках кривинанты касательные гиперплоскости к гиперповерхности параллельны координатной оси T , что записывается в виде:

$$F_t(x, y, z, t) = 0. \quad (10)$$

Уравнения касательных гиперплоскостей к гиперповерхностям (9) и (10) имеют вид:

$$F_x(x - x_0) + F_y(y - y_0) + F_z(z - z_0) + F_t(t - t_0) = 0, \quad (11)$$

$$F_{tx}(x - x_0) + F_{ty}(y - y_0) + F_{tz}(z - z_0) + F_{tt}(t - t_0) = 0. \quad (12)$$

В пересечении гиперплоскостей (11) и (12) получаются двумерные плоскости, касающиеся кривизны рассматриваемой гиперповерхности. Уравнения проекций этих плоскостей на координатные гиперплоскости будут:

$$(x - x_0) \begin{vmatrix} F_z & F_x \\ F_{tz} & F_{tx} \end{vmatrix} + (y - y_0) \begin{vmatrix} F_z & F_y \\ F_{tz} & F_{ty} \end{vmatrix} + (t - t_0) F_z F_{tt} = 0,$$

$$(y - y_0) \begin{vmatrix} F_x & F_y \\ F_{tx} & F_{ty} \end{vmatrix} + (z - z_0) \begin{vmatrix} F_x & F_z \\ F_{tx} & F_{tz} \end{vmatrix} + (t - t_0) F_x F_{tt} = 0,$$

$$(x - x_0) \begin{vmatrix} F_y & F_x \\ F_{ty} & F_{tx} \end{vmatrix} + (z - z_0) \begin{vmatrix} F_y & F_z \\ F_{ty} & F_{tz} \end{vmatrix} + (t - t_0) F_y F_{tt} = 0.$$

Если пересечь гиперповерхность (9) и ее кривизну гиперплоскостью $T = const$, то на кривизне получим характеристику, касательная к которой идет вдоль вектора:

$$\bar{\tau} = \left\{ \begin{vmatrix} F_y & F_z \\ F_{ty} & F_{tz} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} F_z & F_x \\ F_{tz} & F_{tx} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} F_x & F_y \\ F_{tx} & F_{ty} \end{vmatrix} \right\}. \quad (13)$$

Это следует из приведенных выше уравнений проекций плоскостей, касающихся кривизны гиперповерхности.

Если в уравнении (12) $F_{tt} = 0$, что означает параллельность гиперплоскости, касающейся гиперповерхности (10), оси T , то из решения уравнений (11) и (12) получим:

$$\frac{x - x_0}{\begin{vmatrix} F_y & F_z \\ F_{ty} & F_{tz} \end{vmatrix}} = \frac{y - y_0}{\begin{vmatrix} F_z & F_x \\ F_{tz} & F_{tx} \end{vmatrix}} = \frac{z - z_0}{\begin{vmatrix} F_x & F_y \\ F_{tx} & F_{ty} \end{vmatrix}} \quad (14)$$

Отсюда получим, что плоскость, касающаяся гиперповерхности (10) в точках ее кривизны, перпендикулярна гиперплоскости XYZ и проецируется на нее в прямую, касающуюся по линии, являющейся ребром возврата на этой кривизне.

Сравнивая выражения (13) и (14) можно сделать вывод: касательная к характеристике на кривизне гиперповерхности совпадает с касательной к

ребру возврата на этой кривинанте. Отсюда следует, что ребро возврата является огибающей семейства характеристик.

На основе проведенных исследований сформулирована **теорема**, которая определяет кривинанту гиперповерхности (9) при ее ортогональном проецировании вдоль оси T на координатную гиперплоскость.

Теорема. Если при ортогональном проецировании вдоль оси T у поверхности, заданной неявным уравнением $F(x, y, z, t) = 0$, есть кривинанта, то она состоит из множества экстремальных точек на кривых, получаемых в пересечении гиперповерхности гиперплоскостями, параллельными координатным гиперплоскостям, содержащими ось T .

Тогда кривинанта D является объединением множества экстремальных точек, а именно:

$$D = \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n \min f(x, y, t) \Big|_{x=x_i} \vee \max f(x, y, t) \Big|_{x=x_i} \right)_{y=y_j}$$

Переменной является координата t в своей области определения.

Точки этой кривинанты могут входить в состав множеств:

1) множество точек, для которых:

$$F_t = 0, F_{tt} \neq 0, \begin{vmatrix} F_y & F_z \\ F_{ty} & F_{tz} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} F_z & F_x \\ F_{tz} & F_{tx} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} F_x & F_y \\ F_{tx} & F_{ty} \end{vmatrix} \neq 0;$$

2) множество точек, для которых:

$$F = 0, |F_x| + |F_y| + |F_z| = 0.$$

З а м е ч а н и е – дискриминантное множество гиперповерхности имеет ребро возврата, если $F=0, F_t=0, F_{tt}=0$; касательная к нему идет вдоль вектора

$$\bar{v} = \left\{ \begin{vmatrix} F_y & F_z \\ F_{ty} & F_{tz} \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} F_z & F_x \\ F_{tz} & F_{tx} \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} F_x & F_y \\ F_{tx} & F_{ty} \end{vmatrix} \right\}.$$

Полученные результаты позволяют предложить методику расчета координат точек этих множеств, основанную на использовании вычислительных методов определения условного экстремума одной из координат этой гиперповерхности при наложении условий связи на две другие и переменной четвертой, не требующей получения соответствующих дифференциальных уравнений.

В п. 2.4 рассматривается трехмерная гиперповерхность в четырехмерном пространстве, заданная параметрическими уравнениями:

$$\begin{aligned}x &= f_1(u, v, \varphi), \\y &= f_2(u, v, \varphi), \\z &= f_3(u, v, \varphi), \\t &= f_4(u, v, \varphi).\end{aligned}\tag{15}$$

На основе проведенных исследований этой гиперповерхности сформулирована **теорема**, которая определяет кривинанту гиперповерхности (15) при ее ортогональном проецировании вдоль оси T на координатную гиперплоскость

Теорема. Если при ортогональном проецировании вдоль оси T у поверхности, заданной параметрическими уравнениями, есть кривинанта, то она состоит из множества экстремальных точек на кривых, получаемых в пересечении поверхности гиперплоскостями, параллельными координатным гиперплоскостям, содержащим ось T .

Тогда кривинанта D поверхности является объединением множества экстремальных точек, а именно

$$D = \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n \min f_i(u, v, \varphi) \Big|_{y=y_i} \vee \max f_i(u, v, \varphi) \Big|_{y=y_i} \right)_{z=z_j}$$

Переменным является один из параметров поверхности в своей области определения.

Точки этой кривинанты могут входить в состав множеств:

1) множество точек, для которых

$$f_{1u}(f_{2v} \cdot f_{3\varphi} - f_{2\varphi} \cdot f_{3v}) - f_{1v}(f_{2u} \cdot f_{3\varphi} - f_{2\varphi} \cdot f_{3u}) + f_{1\varphi}(f_{2u} \cdot f_{3v} - f_{2v} \cdot f_{3u}) = 0;$$

2) множество точек, в окрестности которых

$$\bar{r}(u, v, \varphi) \notin C^1.$$

Как и в предыдущих задачах, показана возможность определения кривинанты и дискриминанты трехмерной поверхности как аналитическими методами, так и вычислительными без получения соответствующих дифференциальных уравнений.

Полученные результаты явились основой при определении огибающих семейств конгруэнтных линий и поверхностей как аналитическими, так и численными методами. Для этого исследуемые двумерные поверхности

получаются отображением семейств линий в пространство R^3 , а трехмерные гиперповерхности – отображением семейств поверхностей в пространство R^4 .

Часто в практических задачах семейства линий и поверхностей задаются формулами преобразования координат, определяющими движение формообразующей линии или поверхности относительно заготовки изделия. В связи с этим в п.2.5-2.6, основываясь на полученных ранее результатах, приводится определение огибающих семейств линий и поверхностей, заданных уравнением в неявном виде и параметрическими уравнениями, а также формулами преобразования координат, определяющими эти семейства.

В п.2.5.1 рассматривается кривая, заданная уравнением в неявном виде:

$$F(x, y) = 0, \quad (16)$$

а закон ее движения относительно неподвижной системы координат $O_1X_1Y_1$ – формулами преобразования координат:

$$x_1 = f_1(x, y, \varphi), y_1 = f_2(x, y, \varphi), \quad (17)$$

где φ – параметр относительного движения.

Тогда исследованию подлежит поверхность, определяемая системой уравнений:

$$x_1 = f_1(x, y, \varphi), y_1 = f_2(x, y, \varphi), z_1 = p \cdot \varphi, \quad (18)$$

где p – некоторая константа, а координаты x, y связаны зависимостью (16).

Если исходная кривая задана параметрическими уравнениями: $x = x(t), y = y(t)$, а закон ее перемещения теми же формулами преобразования координат (17), то уравнения исследуемой поверхности имеют вид:

$$x_1 = f_1[x(t), y(t), \varphi], y_1 = f_2[x(t), y(t), \varphi], z_1 = p \cdot \varphi. \quad (19)$$

Для поверхностей (18) и (19) получены соответствующие зависимости, устанавливающие связь параметров исходной кривой и параметра относительного движения.

В п.2.6 рассматриваются семейство поверхностей, заданное уравнением исходной поверхности и формулами преобразования координат, определяющими закон движения этой поверхности. Приводятся два варианта задания поверхности: уравнением в неявном виде и параметрическими уравнениями.

В первом варианте поверхность задана в подвижной системе координат $OXYZ$ уравнением $F(x, y, z) = 0$, а формулы преобразования координат,

определяющие ее движение относительно неподвижной системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$, имеют вид:

$$\begin{aligned}x_1 &= f_1(x, y, z, \varphi), \\y_1 &= f_2(x, y, z, \varphi), \\z_1 &= f_3(x, y, z, \varphi).\end{aligned}\tag{20}$$

Тогда исследованию подлежит гиперповерхность вида:

$$\begin{aligned}x_1 &= f_1(x, y, z, \varphi), \\y_1 &= f_2(x, y, z, \varphi), \\z_1 &= f_3(x, y, z, \varphi), \\ \theta_1 &= p \cdot \varphi,\end{aligned}\tag{21}$$

где p – некоторая константа, а координаты x , y и z связаны зависимостью $F(x, y, z) = 0$.

Если исходная поверхность задана параметрическими уравнениями: $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$, $z = z(u, v)$, а ее относительное движение, как и в предыдущей задаче, задается формулами преобразования координат (20), то графиком полученного семейства будет гиперповерхность вида:

$$\begin{aligned}x_1 &= f_1[x(u, v), y(u, v), z(u, v)], \\y_1 &= f_2[x(u, v), y(u, v), z(u, v)], \\z_1 &= f_3[x(u, v), y(u, v), z(u, v)], \\ \theta_1 &= p \cdot \varphi,\end{aligned}\tag{21}$$

где p – некоторая константа.

Результатом исследования гиперповерхностей (20) и (21) явились уравнения связи параметров исходной поверхности и параметра семейства. Полученные зависимости апробированы на примере сферы, заданной уравнением в неявном виде и параметрическими уравнениями, совершающей винтовое движение. Криминантой рассматриваемого семейства является каналовая винтовая поверхность. По уравнениям этой поверхности разработаны ее полигональные модели, которые подтверждают достоверность полученных результатов. Получены полигональные модели каналовой винтовой поверхности для частных случаев, когда параметр винтового движения $p=0$ и $p=\infty$.

Глава 3 посвящена **новым** объектам – вспомогательным поверхностям. Эти поверхности получены отображением семейства плоских конгруэнтных кривых, огибающую которых требуется определить, в пространство R^3 . В этом отображении каждая кривая семейства размещается на слое, соответствующем

значению параметра семейства. Рассматриваются три семейства кривых. Первое семейство образовано кривой, связанной с окружностью, катящейся без скольжения по прямой линии. Второе семейство образовано линией, связанной с окружностью, катящейся по другой окружности, а третье – кривой, связанной с прямой линией, катящейся по окружности.

Если исходная кривая задана уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$, то образуемое семейство в неподвижной системе координат $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}$ (индекс vp здесь и далее соответствует системам координат, в которых будут определены винтовые поверхности) задается уравнениями:

$$\begin{aligned}x_{vp} &= x(t) \cdot \cos \varphi + y(t) \cdot \sin \varphi + R \cdot \varphi, \\y_{vp} &= -x(t) \cdot \sin \varphi + y(t) \cdot \cos \varphi,\end{aligned}$$

где φ - угол поворота образующей кривой вокруг центра окружности, а R – радиус этой окружности.

Выполнив отображение полученного семейства в пространство R^3 , получим в системе координат $O_{vp}X_{vp}Y_{vp}Z_{vp}$ (ось Z_{vp} совместно с осями X_{vp} и Y_{vp} образуют правую систему координат) поверхность Ψ , определяемую уравнениями:

$$\begin{aligned}x_{vp}'' &= x(t) \cdot \cos \varphi + y(t) \cdot \sin \varphi + R \cdot \varphi, \\y_{vp}'' &= -x(t) \cdot \sin \varphi + y(t) \cdot \cos \varphi, \\z_{vp}'' &= p' \cdot \varphi,\end{aligned} \quad (22)$$

где p' - некоторая константа.

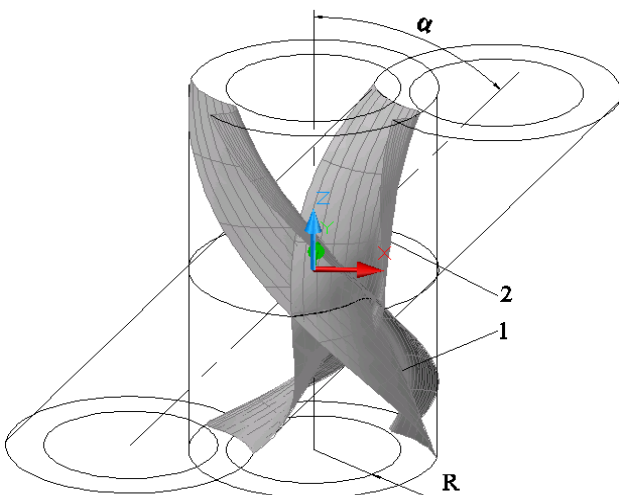


Рисунок 6 – Модели цилиндрической 1 и наклонной 2 винтовых поверхностей; R – радиус цилиндра, равный радиусу подвижной окружности

Свяжем с неподвижной системой координат $X_{vp}Y_{vp}Z_{vp}$ левую цилиндрическую винтовую поверхность Θ (ЦВП) (рис. 6), образованную винтовым движением исходной кривой. Ее уравнения будут:

$$\begin{aligned}x_{vp}^\theta &= x(t) \cdot \cos \varphi + y(t) \cdot \sin \varphi, \\y_{vp}^\theta &= -x(t) \cdot \sin \varphi + y(t) \cdot \cos \varphi, \\z_{vp}^\theta &= p \cdot \varphi,\end{aligned} \quad (23)$$

где p – параметр винтового движения, причем $p = H / 2 \cdot \pi$, а H – шаг винтовой поверхности.

Сравнивая системы уравнений (22) и

(23), приняв $p' = p$ и учитывая, что $R \cdot \varphi = \frac{R}{p} \cdot z_{vp}^\theta$, получим:

$$\begin{aligned}x_{vp}^\psi &= x_{vp}^\theta + \frac{R}{p} \cdot z_{vp}^\theta, \\y_{vp}^\psi &= y_{vp}^\theta, \\z_{vp}^\psi &= z_{vp}^\theta.\end{aligned}\tag{24}$$

Рассматривая переход от ЦВП Θ к поверхности Ψ как результат геометрического преобразования, нетрудно заметить, что система (24) описывает аффинное преобразование, т. к. является линейной. Полученная таким преобразованием поверхность (22) (рис. б) названа *наклонной винтовой поверхностью* (НВП). Проведены исследования НВП в целом, а также определены некоторые дифференциальные и проекционные характеристики наклонных винтовых линий на этой поверхности.

Для определения огибающей рассматриваемого семейства кривых получено уравнение связи параметров в виде:

$$x(t) \cdot x(t)'_t + y(t) \cdot y(t)'_t + p \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot [-x(t)'_t \cdot \sin \varphi + y(t)'_t \cdot \cos \varphi] = 0.\tag{25}$$

Традиционно для определения огибающей рассматриваемого семейства кривых выполняется решение уравнения (25) совместно с системой уравнений, задающих это семейство. Однако при решении уравнения (25) возникают сложности, связанные с тем, что исходная линия семейства часто состоит из кусков нескольких кривых. Это значит, что нужно будет предварительно определять границы изменения параметра этих кривых. Кроме того, уравнение имеет в общем случае два решения, а в рассматриваемой задаче используется только одно. В связи с этим предлагается рассматривать уравнение (25) как уравнение линии нулевого уровня поверхности, заданной в виде:

$$z(t, \varphi) = x(t) \cdot x(t)'_t + y(t) \cdot y(t)'_t + p \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot [-x(t)'_t \cdot \sin \varphi + y(t)'_t \cdot \cos \varphi]\tag{26}$$

Предлагаемый подход позволяет с помощью известных систем компьютерных технологий оперативно получать и анализировать графики, определяемые уравнением (26). Здесь же может производиться качественный анализ влияния радиуса R окружности на форму кривой (25), а значит будут установлены возможные особые точки на огибающей рассматриваемого семейства кривых.

Достоинствами предлагаемого подхода является оперативность получения зависимости параметров t и φ , а также наглядность, позволяющая анализировать форму кривой в зависимости от радиуса окружности как дискретно, так и в режиме анимации.

После анализа приведенного отображения ЦВП в НВП, а затем их линейных отображений на координатную плоскость, полученная связь между этими поверхностями представлена в виде коммутативной диаграммы (рис. 7). Этот результат сформулирован в виде теоремы.

Теорема. *Если вспомогательная наклонная винтовая поверхность получена линейным отображением цилиндрической винтовой поверхности, то дискриминанта ЦВП, полученная ее косоугольным проецированием, тождественна дискриминанте, полученной ортогональным проецированием НВП.*

При этом

1) линейное отображение ЦВП в НВП задается формулами:

$$x_{vp}^{\psi} = x_{vp}^{\theta} + \frac{R}{p} \cdot z_{vp}, y_{vp}^{\psi} = y_{vp}^{\theta}, z_{vp}^{\psi} = z_{vp}^{\theta},$$

2) косоугольное проецирование выполняется вдоль вектора $\bar{a}(1, -ctg\alpha, 0)$, где $\alpha = \arctg(R/p)$.

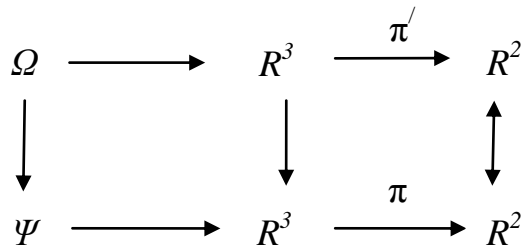


Рисунок 7 – Коммутативная диаграмма: π' – косоугольное проецирование поверхности Ω ; π – ортогональное проецирование поверхности Ψ .

Описанные поверхности и их отображения реализованы средствами компьютерной графики. Создание компьютерных полигональных моделей таких поверхностей, а также их использование на предварительном этапе решения задач формообразования с целью исследования влияния радиуса центроиды на огибающую семейства кривых занимает важное место.

По этой же схеме проведены исследования двух других семейств. При рассмотрении перехода от ЦВП Ω к поверхности Ψ как результата геометрического преобразования установлено, что для этих семейств соответствующие системы уравнений описывают нелинейные преобразования.

Эти системы задают отображение цилиндрической винтовой поверхности Ω во вспомогательные поверхности Ψ , которые названы *квазивинтовыми поверхностями (КВП)*. Проведены их исследования.

Предложенные в **третьей** главе работы новые вспомогательные поверхности, полученные на основе отображения семейства плоских кривых в пространство R^3 , эффективны на этапе проведения качественного анализа влияния радиуса центроиды на форму дискриминанты этого семейства.

Полученные математические модели вспомогательных поверхностей, а также их криминанты и дискриминанты относительно координатной плоскости, позволяют при необходимости решать задачи формообразования в общем виде. На основе анализа криминанты вспомогательной поверхности установлены условия, при которых дискриминанта содержит особые точки.

Изложенные выше результаты можно рассматривать как первый этап решения задачи формообразования инструмента средствами геометрического и компьютерного моделирования.

Глава 4 является развитием результатов главы 3. В ней используются те же кинематические схемы формообразования, что и в главе 3, но реализуются они на основе твердотельного имитационного моделирования с помощью разработанных алгоритмов и программ. При решении как прямой, так и обратной задач профилирования возможно редактирование участвующих в формообразовании твердотельных моделей.

Кроме того, в процессе формообразования предусмотрено твердотельное моделирование срезаемых слоев, что позволяет получить их некоторые количественные параметры (например, объемы) и качественные характеристики (толщина и форма срезаемых слоев, их изменение в процессе формообразования и другие). Обобщенный алгоритм решения задачи моделирования формообразования технических поверхностей методом центроидного огибания средствами компьютерной графики приведен на рис.8.

Основными составляющими предлагаемого алгоритма являются четыре блока. Блок 1 реализует создание твердотельных моделей формообразующего и формообразуемого элементов и их взаимное расположение.

Блок 2 выполняет моделирование формообразования по заданному формообразующему элементу. Перед началом моделирования задается диапазон изменения параметра подачи, а также величина его приращения. Величина приращения параметра подачи задается исходя из того, требуется ли получение обволакивающей поверхности, близкой к огибающей или получение

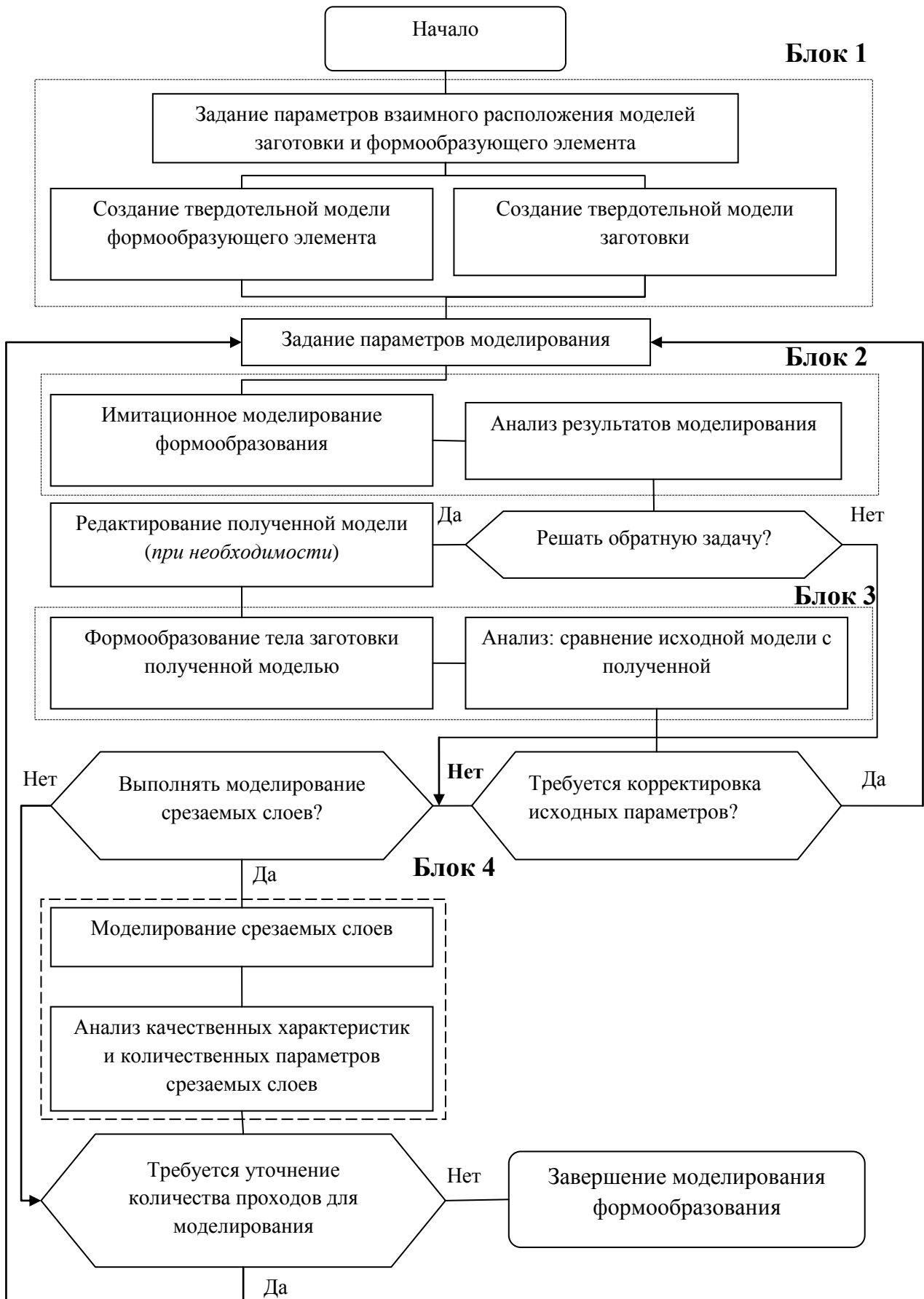


Рисунок 8 – Схема обобщенного алгоритма имитационного твердотельного моделирования формообразования

модели близкой к той, что будет получена при реальном процессе ее формообразования.

Блок 3 включает подпрограммы, выполняющие решение обратной задачи формообразования. Этот блок реализуется, если решается не стандартная задача и требуется проверить, будет ли обработана заданная деталь смоделированным инструментом, т.е. получить фактический профиль детали после ее обработки созданным инструментом. Кроме того, полученная модель инструмента может быть скорректирована по технологическим требованиям.

Важная роль принадлежит и моделированию срезаемых слоев, что реализуется алгоритмами и программами блока 4.

Отмеченные выше возможности иллюстрируются рис. 9 и 10.

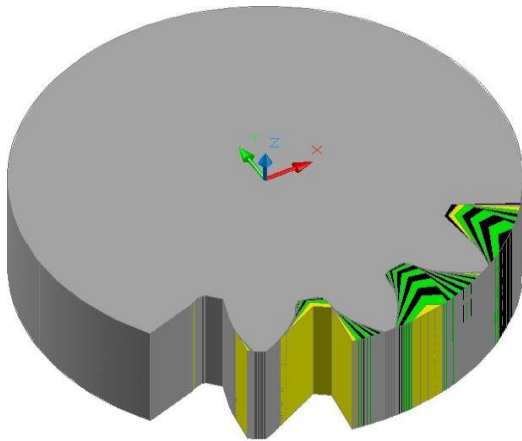


Рисунок 9 – Формообразуемая модель вместе с удаляемыми слоями

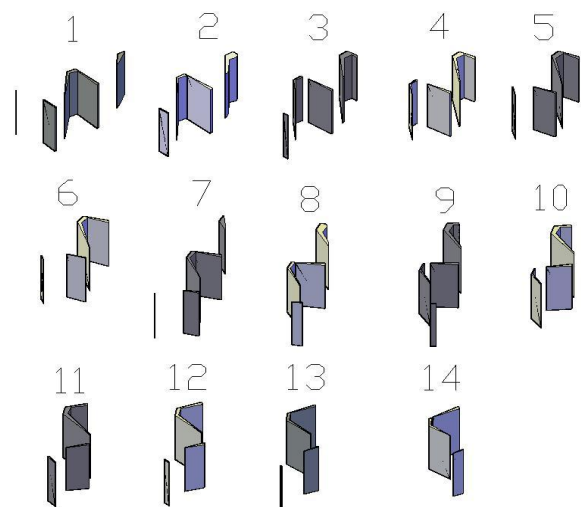


Рисунок 10– Модели удаляемых слоев

Глава 5 посвящена компьютерному моделированию процесса формообразования поверхностей класса винтовых. В п. 5.2 рассматривается формообразование сопряженных ЦВП и поверхности вращения. В общем случае это решение предусмотрено провести в три этапа:

- 1) создать твердотельную модель с ЦВП по ее параметрам;
- 2) разработать алгоритм и программу, моделирующую процесс формообразования тела, ограниченного поверхностью вращения, по модели с ЦВП;
- 3) решить обратную задачу – выполнить моделирование формообразования цилиндрической винтовой поверхности по полученной модели поверхности вращения, профиль которой может быть скорректирован.

На первом этапе создания модели тела детали с ЦВП формируется полигональная модель этой поверхности по ее нескольким сечениям. Эта

поверхность используется для создания тела детали с винтовой канавкой (рис. 11).

Перед началом реализации второго этапа создается модель заготовки и по заданным параметрам устанавливается относительно формообразующего элемента (рис. 12). Моделирование формообразования поверхности вращения по полученной модели с ЦВП и параметрам установки выполняется в автоматизированном режиме (рис. 13). Точность моделирования формообразования определяется величиной приращения угла поворота детали с ВП вокруг оси вращения.

Затем реализуется обратная задача формообразования. Этот этап важен не только для проверки полученных результатов, но для получения реального профиля ВП, если происходит корректировка профиля поверхности вращения, например, исходя из технологических требований.

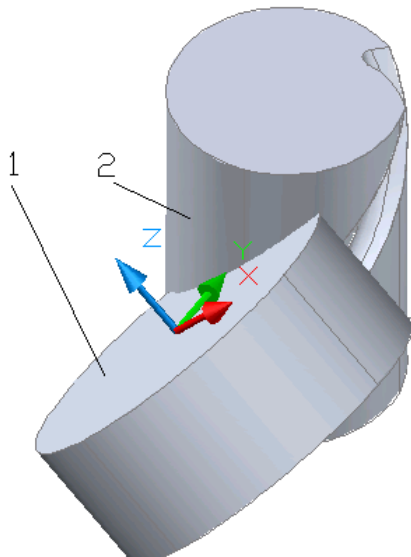


Рисунок 12 – Взаимное положение модели тела с ВП и модели тела заготовки: 1 - модель заготовки; 2 – модель тела с ВП

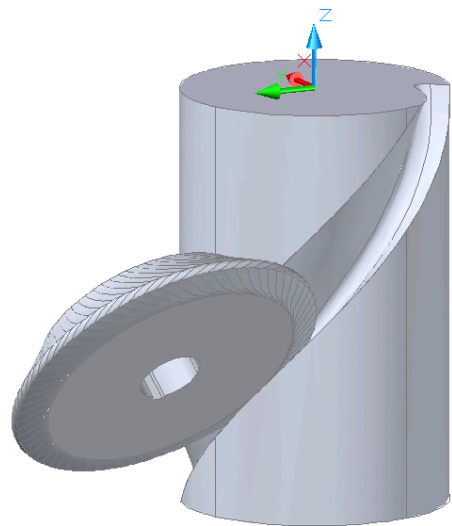


Рисунок 13 – Результат моделирования формообразования поверхности вращения, формообразующей ВП

В п. 5.3 исследуется твердотельное моделирование формообразования винтовых поверхностей с точечным касанием. На первом этапе формообразующим элементом является тело с ЦВП, который формирует цилиндрическую поверхность посредник (рис. 14). Тело с полученной цилиндрической поверхностью является формообразующим элементом на втором этапе при получении новой винтовой поверхности (рис. 15), сопряженной как с цилиндрической поверхностью, так и с исходной ЦВП.

В главе 6 на основе результатов главы 2 предложены два варианта профилирования сопряженных винтовых поверхностей с точечным касанием.

Один из них позволил получить аналитические зависимости для решения задачи в общем виде. По этим зависимостям может быть исследовано влияние исходных параметров на профиль искомой поверхности.

Во втором варианте разработан алгоритм решения задачи численными методами, не требующий получения уравнений связи параметров исходной поверхности и параметра семейства.

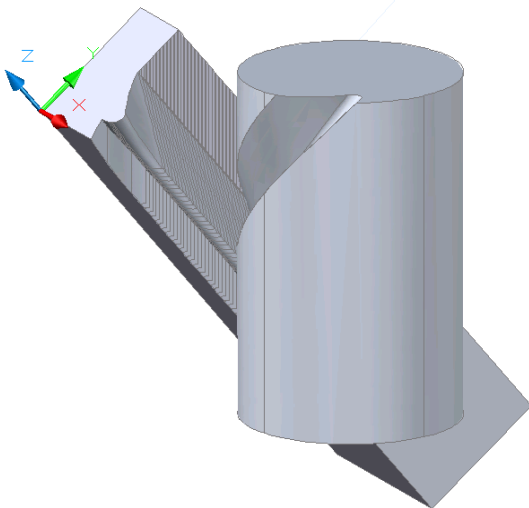


Рисунок 14 – Моделирование формообразования цилиндрической поверхности по заданной винтовой

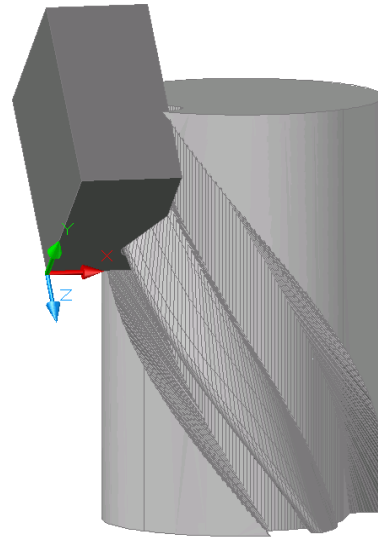


Рисунок 15 – Моделирование формообразования винтовой поверхности по заданной цилиндрической

На отдельных этапах решения поставленной задачи предложено использовать полигональные и твердотельные модели для выявления возможных особенностей на профилях сопряженных поверхностей, как это выполнено в **главах 3-5**.

Если в задачах имитационного моделирования, исследованных в **главах 4-5**, кинематические схемы формообразования были известны, то **глава 7** посвящена исследованию по назначению технологических схем размерной обработки деталей со сложными поверхностями (на примере крыльчатки).

Последовательность создания геометрической модели сложнофасонного объема припуска включает: 1) создание геометрических моделей поверхностей лопатки со стороны спинки и корыта; 2) формирование геометрической модели тела заготовки крыльчатки; 3) создание твердотельной модели крыльчатки вместе с межлопаточным объемом, как показано на рис. 16.

Для разработки наиболее эффективных схем удаления припуска межлопаточного объема необходим анализ геометрической модели тела этого припуска - II.

В основе предложенного подхода к выбору вариантов удаления наибольшей части припуска положены методы геометрического синтеза и

возможности современных технических и программных средств по формообразованию трехмерных тел.

Этап выбора рациональных схем удаления большей части припуска межлопаточного объема предполагает решение следующих задач:

а) анализ формы поверхности, ограничивающей исследуемый объем;

б) удаление части припуска межлопаточного объема с использованием операций геометрического моделирования;

в) выбор рациональной технологической операции, или их комбинаций, удаления частей припуска исходя из анализа производительности каждой из них;

г) выбор технологического процесса, оборудования и оснастки для размерной предварительной обработки крыльчатки.

Пример моделирования удаления части межлопаточного объема показан на рис. 17.

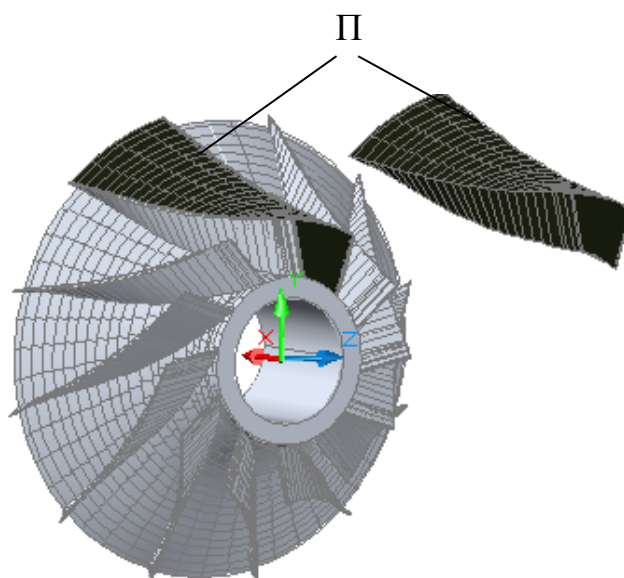


Рисунок 16 – Крыльчатка с удаляемым припуском; П - удаляемый припуск межлопаточного объема

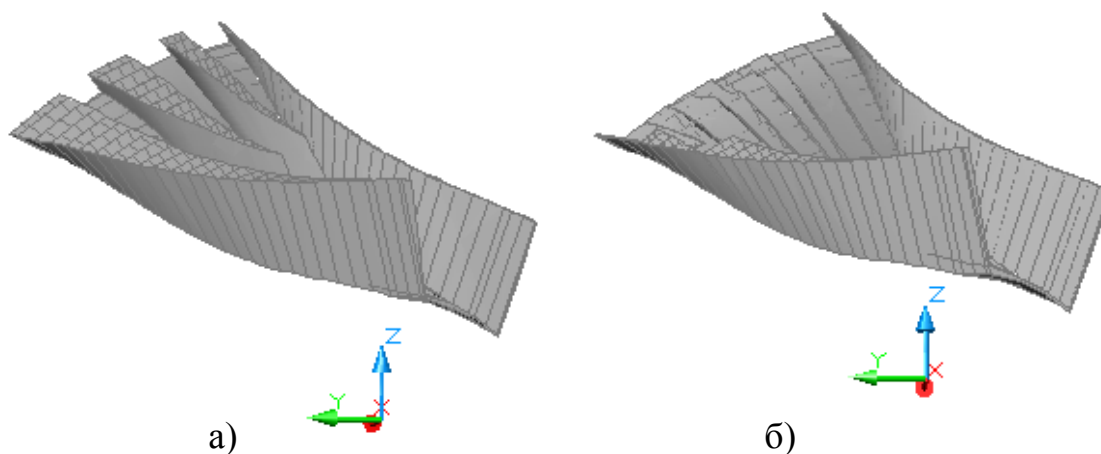


Рисунок 17 – Удаление части межлопаточного объема: а) за три сквозных прохода; б) за три сквозных прохода и пять дополнительных не сквозных

Приложения содержат: примеры программ, написанных на языках программирования AutoLISP, DCL (Dialog Control Language) применительно к моделированию процессов формообразования, описания конструкций приборов для геометрического моделирования формообразования профилей в плоских и

пространственных зацеплениях, защищенных авторскими свидетельствами СССР, а также сведения о внедрении в производство теоретических исследований.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработана методология геометрического и компьютерного моделирования формообразования взаимоогibaемых поверхностей на основе проведенных исследований отображения ортогональным проецированием двух и трехмерных поверхностей (гиперповерхностей) на координатную плоскость (гиперплоскость) и установленных на их основе новых геометрических закономерностей расположения точек кривизны. Полученные результаты позволяют решать задачи формообразования огibaющей, обволакивающей и срезаемых слоев по единой методологии.

2. Обобщены методы геометрического моделирования взаимоогibaемых поверхностей на основе установленных новых геометрических закономерностей формообразования. Полученные результаты обеспечивают комплексный подход к решению задач формообразования – как с получением, так и без получения уравнения связи параметров поверхности и параметра семейства.

3. Создана методология полигонального компьютерного моделирования новых геометрических объектов процесса формообразования – вспомогательных поверхностей. Эти поверхности, обогащая картину формообразования, позволяют исследовать влияние параметров установки инструмента относительно изделия на форму моделируемого профиля.

4. Проведены теоретические исследования методологических подходов к имитационному полигональному и твердотельному моделированию прямой и обратной задач формообразования поверхностей, основанные на возможностях современных САД-систем и языков программирования. Результаты исследований предоставляют возможность автоматизировать процесс получения обволакивающей поверхности. Кроме того, создаваемые твердотельные модели позволяют выявить возможные отклонения их формы от пробного экземпляра изделия по технологическим причинам, а значит избежать материальных, ресурсных и временных потерь.

5. Разработаны алгоритмы компьютерного твердотельного моделирования удаляемых слоев припуска при обработке деталей режущим инструментом с получением их количественных параметров и качественных характеристик. Это позволяет решать вопросы о назначении оптимальных параметров подачи и количества проходов при формообразовании.

6. Проведены исследования по назначению технологических схем размерной обработки деталей со сложными поверхностями (на примере крыльчатки). Проведенный анализ геометрической модели тела межлопаточного объема припуска позволяет разработать наиболее эффективные схемы его удаления, что повышает производительность их обработки в 2-3 раза.

7. Выполнена реализация разработанных алгоритмов в среде AutoCAD с использованием языков программирования AutoLISP, DCL (Dialog Control Language). Проведена их апробация на тестовых и производственных задачах. Полученные результаты показывают их достоверность и эффективность.

Практическая полезность разработанных методов, алгоритмов и программ показана на примерах приложений. Разработанная методология может быть использована как в учебном процессе при изучении методов профилирования режущего инструмента, так и при подготовке соответствующих учебно-методических материалов.

Публикации по теме диссертационной работы

Монография:

1. Ляшков, А. А. Геометрическое и компьютерное моделирование формообразования поверхностей деталей: монография/ А.А. Ляшков. – Омск: ОмГТУ. – 2013. – 89 с.

Статьи, опубликованные в изданиях, рекомендованных ВАК:

2. Ляшков, А. А. Моделирование формообразования сложных поверхностей деталей / А. А. Ляшков [и др.] // Металлообработка. – 2010. – № 4. – С. 36-42.

3. Ляшков, А. А. Технологические схемы формообразования сложных поверхностей деталей / Ю. Н. Вивденко, А. А. Ляшков, А. Н. Шутов, С. М. Егоров // Металлообработка. – 2010. – № 5. – С. 10-14.

4. Ляшков, А. А. Вспомогательные поверхности при моделировании формообразования деталей средствами компьютерной графики / А. А. Ляшков, Ю. А. Канева // Вестник Кузбасского гос. техн. ун-та. – 2011. – № 5 (87). – С. 75-80.

5. Ляшков, А.А. Моделирование формообразования винтовых поверхностей деталей инструментальной рейкой и червячной фрезой/ А. А. Ляшков // Металлообработка. – 2011. – № 1(61). – С. 2-7.

6. Ляшков, А. А. Формообразование винтовой поверхности реечным инструментом / А. А. Ляшков // Омский научный вестник. – 2011. – № 2 (100). – С. 249-252.

7. Ляшков, А. А. Компьютерные технологии при формообразовании поверхностей деталей / А. А. Ляшков // Омский научный вестник. – 2011. – № 4 (103). – С. 10-13.

8. Ляшков, А. А. Формообразование цилиндрической поверхности детали/ А. А. Ляшков // Вестник СибАДИ. – 2011. – № 3(21). – С. 45-49.

9. Ляшков, А. А. Огибающая однопараметрического семейства поверхностей как особенность отображения ортогональным проецированием гиперповерхности, заданной в 4-х мерном пространстве параметрическими уравнениями, на гиперплоскость / А. А. Ляшков, В. Я. Волков, В. С. Прокопец// Вестник СибАДИ. – 2012. – № 1(23). – С. 56-60.

10. Ляшков, А. А. Компьютерное моделирование процесса формообразования дисковой фрезой деталей с винтовой поверхностью / А. А. Ляшков // СТИН. – 2012. – № 1. – С. 26 -29.

11. Ляшков, А. А. Отображение ортогональным проецированием поверхности, заданной уравнением в неявной форме / А. А. Ляшков, В. Я. Волков // Вестник СибАДИ. – 2012. – № 2(24) – С. 81-86.

12. Ляшков, А. А. Отображение ортогональным проецированием поверхности, заданной параметрическими уравнениями / А. А. Ляшков // Омский научный вестник. – 2012. – № 2(110). – С. 9-13.

13. Ляшков, А. А. Формообразование обкаточного инструмента по вспомогательной поверхности / А. А. Ляшков // Технология машиностроения. – 2012. – №2 – С. 26-29.

14. Ляшков, А. А. Отображение ортогональным проецированием гиперповерхности на гиперплоскость /А. А. Ляшков, В. Я. Волков // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2012. – № 2. – С. 18-22.

15. Ляшков, А. А. Геометрическое и компьютерное моделирование профилирования винтовых поверхностей с точечным касанием / А. А. Ляшков, А. В. Зыкина // Вестник СибАДИ. – 2012. – № 4 (26). – С. 78-84.

16. Ляшков, А. А. Моделирование формообразования зубчатых колес методом центроидного огибания / А. А. Ляшков // Известия Транссиба. – 2012. – № 2 (10). – С. 109-116.

17. Ляшков, А. А. Формообразование винтовой поверхности детали угловой фрезой / А. А. Ляшков // Инженерный Вестник Дона. – 2012. – № 3. – С. 331-335.

18. Ляшков, А.А. Семейство поверхностей, заданное формулами преобразования координат, и его огибающая / А. А. Ляшков, А. М. Завьялов // Инженерный Вестник Дона. – 2013. – № 1.– 8 с.

Статьи в сборниках научных трудов и сборниках конференций:

19. Ляшков, А. А. Метод профилирования режущего инструмента / А. А. Ляшков // Автоматизация проектирования и математическое моделирование криволинейных поверхностей на базе ЭВМ. – Новосибирск, 1978. – С. 44-46.
20. Ляшков, А. А. Профилирование червячной фрезы для обработки винтовой поверхности / А.А. Ляшков. – Омск: ОмПИ, 1987. – 9 с. – Деп. во НИИТЭМР 09.10.87 №450-мш87.
21. Ляшков, А. А. Профилирование обкаточного инструмента по вспомогательной поверхности / А. А. Ляшков, Л. К. Куликов // Омский научный вестник. – 1990. – № 9. – С. 73-74.
22. Ляшков, А. А. Особенности отображений проецирования некоторых поверхностей / А. А. Ляшков // Современные проблемы геометрического моделирования: сб. тр. 7-й Междунар. науч.-практ. конференции. – Мелитополь: ТГАТА. – 2003. – С. 61-65.
23. Ляшков, А. А. Классы точек контурной линии некоторых поверхностей / А. А. Ляшков // Современные проблемы геометрического моделирования: матер. Второй украинско-российской науч.-практ. конф. 24-27 апреля 2007 г. – Харьков – 2007. – С. 255-259.
24. Ляшков, А. А. Программа компьютерного моделирования процесса формообразования зубчатых колес методом обкатки инструментальной рейкой и долбяком / А. А. Ляшков, В. В. Николаев. – М.: ВНИИЦ, 2008. – №50200802071.
25. Ляшков, А. А. Компьютерное моделирование процесса формообразования зубчатых колес методом обкатки инструментальной рейкой и долбяком / А. А. Ляшков // Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий: матер. Всерос. науч.-техн. конф: в 2 ч. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2009. – Ч. 1. – С. 49-54.
26. Ляшков, А. А. Программа компьютерного моделирования процесса формообразования винтовой поверхности детали инструментальной рейкой и червячной фрезой / А. А. Ляшков. – М.: ВНИИЦ, 2010. – №50201001024.
27. Ляшков, А.А. Программа компьютерного моделирования процесса формообразования винтовой поверхности детали дисковым инструментом / А. А. Ляшков. – М.: ВНИИЦ, 2010. – № 50201001597.
28. Liashkov, A. Aspects of geometrical simulation of space and its properties / L. Kulikov, K. Panchuk, A. Liashkov, V. Volkov // Proceedings of the 1^{0th} International Conference on Geometry and Graphics. Ukraine, Kyiv, 2002, July 28 – August 2. – Kyiv, Ukraine, 2002. – Vol.1. – P. 99-103.
29. Liashkov, A. Constructional and analytical investigations of the space and

some figures / K. Panchuk, A. Liashkov, L. Kulikov // Proceedings of the 11th International Conference on Geometry and Graphics. Guangzhou, China, 2004, August 1 – August 5. – Guangzhou, China, 2004. – P. 82-86.

30. Liashkov, A. Aspects of display of surface projections / A. Liashkov, V. Volkov // International Conference of Engineering Education Silesian University of Technology. – Gliwice, Poland, 2005. – P.830-833.

31. Lyashkov, A. Shaping of harts with a helical surface by means of a disk mill // Russian Engineering Research, Allerton Press, Inc. – 2012. – Vol. 32, № 4. – P.404-406.

Авторские свидетельства СССР

32. А. с. 1027068 СССР, МКИ В 43 L 11/00. Прибор для профилирования сопряженных поверхностей / А. А. Ляшков. – № 3410791/28-12; заявл. 17.03.82 ; опубл. 07.07.83, Бюл. № 25.

33. А. с. 1247311, МКИ В 43 L 11/00. Прибор для профилирования сопряженных поверхностей / А. А. Ляшков. – № 3838166/28-12; заявл. 04.01.85; опубл. 30.07.86, Бюл. № 28.

34. А. с. 1719250 СССР, МКИ В 43 L 11/00. Прибор для вычерчивания циклоид / А. А. Ляшков. – № 4494326/31-12 ; заявл. 17.10.88 ; опубл. 30.09.90, Бюл. № 36.

35. А. с. 1719250 СССР, МКИ В 43 L 11/00. Прибор для построения кривых / А. А. Ляшков. – № 4781568/12 ; заявл. 15.01.90 ; опубл. 15.03.92, Бюл. № 10.

36. А. с. 493736 СССР, МКИ В 43 L 13/00. Чертежный прибор / А. Н. Подкорытов, А. А. Ляшков. – № 3296043/28-12; заявл. 28.05.81 ; опубл. 30.11.82, Бюл. № 44.