

На правах рукописи



Локтев Михаил Александрович

**Функционально-воксельный метод в решении задач  
поиска пути**

05.01.01 — Инженерная геометрия и компьютерная графика

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Нижний Новгород – 2016

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Московский государственный  
технологический университет «СТАНКИН»

**Научный руководитель:**

профессор, доктор технических наук  
Толок Алексей Вячеславович

**Официальные оппоненты:**

**Пшихопов Вячеслав Хасанович**, доктор технических наук, профессор,  
директор Научно-исследовательского института робототехники и процессов  
управления ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»;

**Еремеев Сергей Владимирович**, кандидат технических наук, доцент, доцент  
кафедры информационных систем Муромского института (филиала) ФГБОУ  
ВО «Владимирский государственный университет имени Александра  
Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

**Ведущая организация:**

федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский  
государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Защита состоится 20 декабря 2016 года в 14-00 часов на заседании  
диссертационного совета Д 999.048.02 при ФГБОУ ВО «Нижегородский  
государственный архитектурно-строительный университет», ФГБОУ ВО  
«Нижегородский государственный технический университет им. Р.А.  
Алексеева» по адресу: 603950, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, д. 65,  
аудитория 202 (5 корп.)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Нижего-  
родский государственный архитектурно-строительный университет» и на сайте  
организации [www.nngasu.ru](http://www.nngasu.ru).

Автореферат разослан «10» ноября 2016 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат педагогических наук, доцент

Н.Д. Жилина

### **Общая характеристика работы**

**Актуальность работы.** В настоящее время существует большое количество подходов к решению задачи поиска пути (ПП) в известной среде со статическими препятствиями. Большинство из них сводится к задачам интеллектуального управления движением подвижного объекта. Выделяется целый ряд требований к характеристикам получаемого маршрута или группы маршрутов в зависимости от особенностей его практического применения. Обеспечение этих требований для получаемых траекторий осуществляется различными методами, как правило, с использованием дополнительных численных алгоритмов. Так устранение угловатости траекторий, например, для летательных аппаратов, осуществляется с помощью алгоритмов сглаживания уже полученной трассы. Предел безопасного сближения с объектом требует ввода дополнительных весовых коэффициентов. А системы управления мобильных роботов используют вспомогательные планировщики для выхода из локальных минимумов. Также существуют подходы к перестроению маршрута в случае динамически возникающих статических объектов по ходу движения подвижного объекта. Все вышеперечисленные алгоритмы основываются на различных геометрических моделях описания среды с препятствиями. На фоне многообразия методов отсутствует единая модельная организация для решения задач ПП, которая позволила бы в зависимости от особенностей постановки задачи адаптировать аналитическое описание среды построения маршрутов.

Возможным подходом к комплексному решению подобных задач является использование метода функционально-воксельного моделирования (ФВМ), где с помощью функциональных описаний строится поверхность, исследуемая локальными геометрическими характеристиками. При этом присущее ФВМ увеличение размерности пространства для рассматриваемой задачи добавляет параметры к расчётной модели, снимая ряд неопределённостей, возникших в традиционной постановке. Основой метода является принцип получения графического образа для пространства функции увеличенной размерности, позволяющего отобразить ее локальную геометрическую характеристику (компоненту нормали в точке). Такой подход позволяет получать дифференциальные и интегральные характеристики в точках функциональной области, что обеспечивает его применимость в задачах аналитического моделирования, включая задачи поиска пути. Аналогичные задачи, решаемые другими методами, предполагают применение алгоритмов поиска дифференциальных характеристик посредством численных методов, которые имеют ряд ограничений, легко преодолеваемых средствами ФВМ.

Поэтому адаптация аналитических подходов к решению задач ПП функционально-воксельным методом является актуальной задачей, поскольку позволяет не только привести к единому функционально-воксельному моделированию различные аналитические решения задач ПП, но и значительно расширить класс задач для функционально-воксельного метода.

**Объектом исследования** являются аналитические модели и методы построения траекторий маршрута с обходом препятствий.

**Предметом исследования** является метод функционально-воксельного моделирования применительно к задачам поиска пути.

**Цель работы** – исследование эффективности применения принципов функционально-воксельного моделирования к существующим аналитическим подходам к решению задачи поиска пути за счёт получения дополнительных расчётных параметров от увеличения размерности пространства и разработки единого метода построения расчётной модели для таких подходов.

Для достижения поставленной цели требуется решение следующих **задач**:

1. Комплексный анализ подхода к существующим алгоритмам поиска пути использующих аналитическое представление модели.
2. Решение задачи поиска пути методом потенциалов на основе функционально-воксельного моделирования.
3. Подбор средств порождения  $M$ -образов для выявления геометрической конструкции скелета плоской фигуры.
4. Разработка принципов рельефной трассировки на основе функционально-воксельного моделирования.

#### **Методы исследования.**

Диссертационная работа базируется на методах: функционально-воксельного моделирования (ФВМ),  $R$ -функционального моделирования ( $RFM$ ), а также применяются теоретические основы аналитической и дифференциальной геометрии. При этом рассматриваются методы аналитического подхода к задачам ПП, такие как метод потенциалов и метод скелетной сегментации.

**Научная новизна результатов исследования** состоит в том, что

1. Согласно с основными принципами решения задачи поиска пути методом потенциалов разработана  $R$ -функциональная градиентная модель поверхности ( $RfG$ -модель), применимая к функционально-воксельному методу построения градиентного спуска. В отличие от алгоритмов на основе метода потенциалов предложенная модель позволяет отказаться от компьютерных дифференциальных вычислений, заменяя их простыми алгебраическими

конструкциями, а также позволяет находить решение для задач в многомерном пространстве.

2. Разработана функционально-воксельная модель для  $R$ -функционально описанного скелета ( $RfS$ -модель), применимая в алгоритме графического выделения точек прямолинейного скелета с помощью получения дополнительных образов, содержащих графическое представление значения компоненты нормали пониженной размерности. Преимуществом разработанного алгоритма является возможность графического выделения равноудалённых точек диаграммы Вороного на множестве заданных точек для любой размерности пространства.

3. Разработан подход к организации движения между опорными точками, как фокусами эллипса, с последовательным добавлением статических препятствий. В отличие от существующих моделей такой подход позволяет отказаться от построения ограничивающего контура сцены, что упрощает геометрическую постановку задачи, сводя её лишь к описанию формы препятствий и указанию опорных точек для прокладки пути.

4. Разработана геометрическая модель рельефной организации решения на основе  $R$ -функционального описания ( $RfR$ -модель) для выделения особых точек маршрута, посредством применения графически представленных локальных характеристик её функционально-воксельной модели. Подход к построению поверхности самой  $RfR$ -модели имеет преимущество перед другими алгоритмами поиска пути на основе прямолинейного скелета, поскольку не требует применения дополнительных алгоритмов сглаживания трассы и позволяет организовать вариативную модель движения.

**Достоверность и обоснованность полученных в работе результатов и выводов** обеспечиваются корректным применением аппарата компьютерной геометрии и графики, математического и  $R$ -функционального моделирования. Подтверждается положительным результатом тестирования алгоритмов с опытной эксплуатацией программного обеспечения.

#### **Практическая значимость работы.**

Результаты диссертационной работы использованы лабораторией промышленной робототехники, мобильной и специальной робототехники, мехатронных модулей и цифровых приводов «Технологического полигона» ГИЦ МГТУ «СТАНКИН» в системе навигации мобильных роботов для обхода стационарных препятствий, АО «НИИ ТП» в системе анализа картографических изображений земной поверхности для распознавания объектов на основе вычисления прямолинейного скелета.

Разработано и зарегистрировано в официальном реестре программ для ЭВМ (РФ) программное обеспечение «Система воксельного моделирования объектов прототипирования» (№2013613586 от 10.04.2013), приводящее контурное представление модели к функционально-воксельному представлению.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Единый модельный подход к разработке алгоритмов на основе метода функционально-воксельного моделирования для решения задач поиска пути, включающий ряд моделей (*RfG*, *RfS* и *RfR*-модели), которые используются в зависимости от особенностей практического применения алгоритма ПП.

2. Алгоритм поиска пути на основе градиентного спуска, реализованный средствами ФВМ и позволяющий в зависимости от значений локальных геометрических характеристик в каждой точке функционального пространства выбирать направления движения к цели.

3. Алгоритм выделения прямолинейного скелета для замкнутого контура и диаграммы Вороного для массива точек с применением функционально-воксельной *RfS*-модели, позволяющий организовать траекторию движения по скелету или дорожной карте.

4. Алгоритм нахождения характерных точек рельефа поверхности функции на основе геометрической *RfR*-модели, формирующей многовариантную модель маршрутов плавного обхода препятствий.

**Публикации.** Основные результаты исследований изложены в 9 научных трудах, 5 из которых опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК. Получено свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

**Апробация работы.** Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на IV Международной научно-практической конференции «Современная наука: тенденции развития» (Краснодар, 2013 г.), на XII Международной научно-технической конференциях «Материалы и технологии XXI века» (Пенза, 2013 г.), на XV научной конференции «Математическое моделирование и информатика» (ФГБОУ ВО МГТУ «СТАНКИН», Москва, 2013 г.), на 15-ой международной конференции «Система проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта (CAD/CAM/PDM-2015) (Москва, 2015 г.).

**Структура и объем работы:** диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертационной работы составляет 117 страниц, включая 71 рисунок и 1 таблицу. Список литературы включает 107 наименований, в том числе 47 на иностранных языках.

## Содержание работы

Во **введении** раскрывается актуальность, определяются цель, задачи, объект и предмет исследования, рассматривается состояние вопроса, практическое значение и научная новизна.

В **первой главе** рассмотрены основные аналитические методы построения маршрутов, которые могут быть представлены концепцией функционально-воксельного моделирования, как единый модельный подход к решению задач поиска пути.

Проанализированы научные исследования, посвященные компьютерному моделированию сложных геометрических объектов, а также решению задач поиска пути отечественных ученых А.К. Платонова, Л.М. Местецкого, В.Х. Пшихопова, а также зарубежных ученых О. Айхгольца, Ф. Ауренхаммера, А. Ефтехариана, Х. Илиеса, А. Кауфмана и др. Математический аппарат  $R$ -функций основан на трудах академика В.Л. Рвачева и работах его учеников: М.А. Басараб, В.Ф. Кравченко, К.В. Максименко-Шейко, А.П. Слесаренко, Ю.Г. Стоян, А.В. Толлок, В. Шапиро, Т.И. Шейко, и др.

В разделе 1.1 рассматриваются способы воксельных построений для аналитических моделей, в которых особое внимание уделяется методу функционально-воксельного моделирования (ФВМ). Дается краткая характеристика ФВМ на примере создания  $M$ -образов функции увеличенной размерности.  $M$ -образ представляет собой модель, отражающую локальную геометрическую характеристику исследуемой поверхности функции.

Рассмотрен процесс создания  $M$ -образов на примере функции окружности  $x^2 + y^2 = r^2$ . Решение данного уравнения позволяет получить набор точек, которые представляют собой границу фигуры.

Для построения воксельной структуры необходимо вычислить значения функции в оставшихся точках пространства. Переход к пространству увеличенной размерности соответствует записи функции окружности в предикатном виде:  $z = r^2 - x^2 - y^2$ , где  $z$  - трёхмерная поверхность параболоида, пересекающего нулевую отметку в границе окружности (рис. 1). Трёхмерное воксельное представление предикатного уравнения наглядно отображает поведение функции.

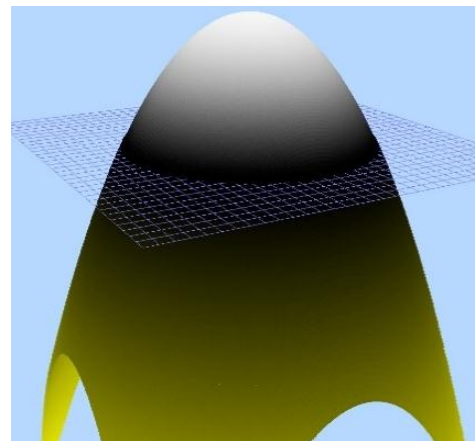


Рис. 1. Воксельная модель функции увеличенной размерности для окружности  $x^2 + y^2 = r^2$

Цвет каждой точки поверхности функции представлен значением линейной градации интенсивности палитры  $P$  в диапазоне  $[0, 255]$ .

Для вычисления локальных геометрических характеристик линейно аппроксимируется поверхность функции, где каждой точке пространства сцены соответствует уравнение плоскости  $A_i x + B_i y + C_i w + D_i = 0$ . При увеличении размерности нормали к площадке на одно измерение, получается уравнение  $A_i x + B_i y + C_i w + D_i t = 0$ . В результате вычисляются четыре локальных геометрических характеристики для нахождения компоненты нормали  $(A_i, B_i, C_i, D_i)$  в каждой точке функциональной области. Воксельное представление ФВ-модели предполагает монохромное отображение для каждой локальной характеристики, которую можно представить нормированием и приведением в соответствие градации палитры  $P$ . Целочисленные значения палитры цвета в точках функциональной области, соответствующие значениям компоненты нормали по оси  $Ox$ , выражаются формулой:  $C_x^{IV} = \left( \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2 + D^2}} + 1 \right) \frac{P}{2}$ . Верхний индекс обозначает размерность нормали. На рисунке 2 приводится раскладка 3D-сцены на образы  $C_x^{IV}, C_y^{IV}, C_z^{IV}, C_t^{IV}$ .

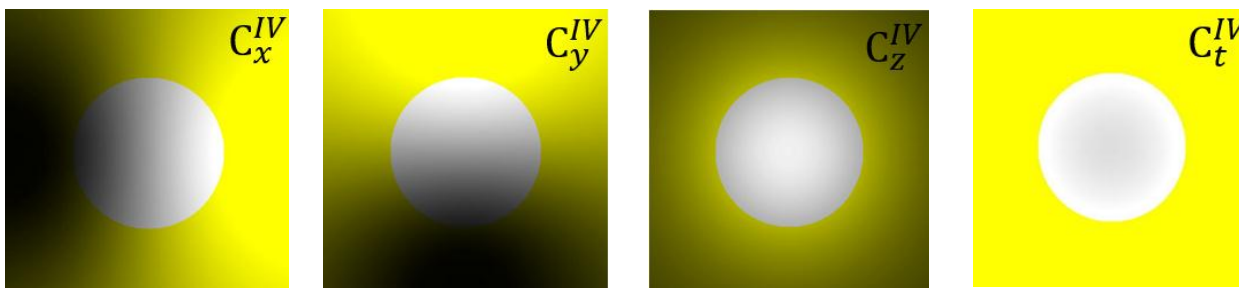


Рис. 2. Набор базовых  $M$ -образов

Набор базовых  $M$ -образов содержит необходимую информацию для порождения новых образов, которые позволяют активизировать рельефную оценку поверхности. Рассмотрим порождение  $M$ -образа как результат двухкомпонентного  $C_x^{II}$  нормирования вектора нормали в плоскости  $xOy$ :

$C_x^{II} = \left( \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} + 1 \right) \frac{P}{2}$ . На  $M$ -образе (рис. 3)

визуально прослеживается экстремум функции в центральной точке преломления света. Данные образы несут дополнительную специфическую информацию и позволяют решать

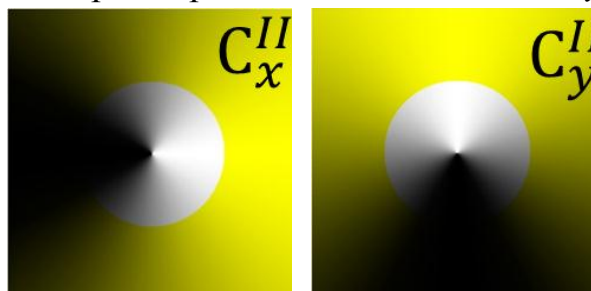


Рис. 3. Порожденные  $M$ -образы

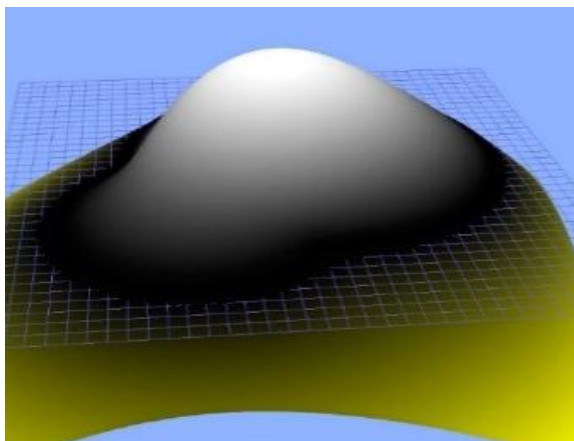


определенный класс задач, относящихся к градиентным исследованиям.

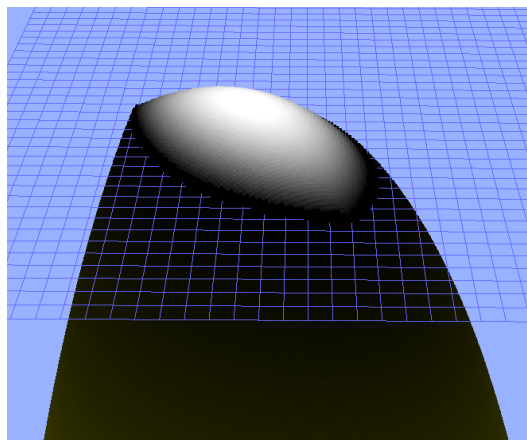
В разделе 1.2 рассматриваются возможности использования  $R$ -функционального моделирования в задачах аналитического построения препятствий. В работе используется наиболее распространённая в геометрическом моделировании  $\alpha$ -система  $R$ -функций:

$$\begin{cases} \omega_1 \wedge_{\alpha} \omega_2 = \frac{1}{\alpha+1}(\omega_1 + \omega_2 + \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\alpha\omega_1\omega_2}); \\ \omega_1 \vee_{\alpha} \omega_2 = \frac{1}{\alpha+1}(\omega_1 + \omega_2 - \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\alpha\omega_1\omega_2}); \\ \overline{\omega_1} \equiv -\omega_1, \end{cases} \quad (1)$$

Система (1) представляет собой аналог теоретико-множественных операций объединения, пересечения и отрицания. Интерес представляет коэффициент  $\alpha$ , принимающий значения  $-1 < \alpha \leq 1$  и влияющий на форму поверхности создаваемой функциональной конструкции. На рисунке 4 представлены воксельные модели  $R$ -функционального объединения (а) и пересечения (б) окружностей  $(x-10)^2+(y-10)^2=25$  и  $(x-15)^2+(y-16)^2=64$ , выраженных в предикатном виде. Использование математического аппарата  $R$ -функций в концепции ФВМ позволяет описывать функциональные конструкции любой сложности.



а) Объединение



б) Пересечение

Рис. 4. Воксельное представление  $R$ -функциональных операций

В разделах 1.3 и 1.4 представлены исследования двух наиболее часто используемых методов, относящихся к аналитическому подходу: методу функциональных потенциалов и трассировки на основе скелета фигуры. Метод функциональных потенциалов базируется на анализе градиентных характеристик поверхности, описанной уравнением движения. Уравнение

движения, формирующее путь точки выражается как сумма силы притяжения к цели и сил отталкивания от границ препятствий. Результирующая траектория во многом зависит от способа задания функции потенциалов и построению функциональной области. Стоит отметить, что такая область не имеет четко выраженного рельефа, который мог бы стать основой для построения опорных траекторий. Именно поэтому проблема попадания в локальный минимум в результате градиентного спуска актуальна для метода потенциалов.

Рассматривается способ построения прямолинейного скелета формы на основе  $R$ -функционального описания. В известных подходах ребра скелета выделяются численным методом с применением конечно-разностной аппроксимации Лапласа. Полученные точки скелета используются в качестве опорных точек возможных траекторий движения из одного угла многоугольной области в другой. Уменьшая параметр  $R$ -функции  $\alpha$ , можно управлять шириной полученных траекторий, т.е. создавать своего рода безопасные коридоры движения, что позволяет сглаживать трассу. Основными недостатками данного подхода является потребность в дополнительных численных преобразованиях и ограниченность в возможности произвольного задания опорных точек.

Во **второй главе** рассматривается функционально-воксельная реализация градиентного метода поиска пути на основе идеологии метода функциональных потенциалов. Градиентный спуск является широко распространённым методом нахождения локальных экстремумов функции.

В разделе 2.1 предлагается принцип применения функционально-воксельного моделирования в решении задач поиска пути на основе движения по градиенту. В данной постановке вопроса экстремум функции, который визуально наблюдается на порожденных  $M$ -образах является целью, в которую должна попасть точка. Информация, хранящаяся в каждой точке ФВ-модели, позволяет установить однозначное направление движения.

На рисунке 5 представлен пример однозначного вычисления направления движения точки на основе пары ортогональных  $M$ -образов. Значение косинуса нормали к оси  $Ox$  в точке  $A$  определяет направление движения точки к экстремуму функции (цель) под углом  $\alpha$ . Однако существует альтернативная точка  $A'$  с таким же значением компоненты косинуса нормали, но определяющая новое направление под углом  $-\alpha$  к оси  $Ox$ . В результате появляется неопределенность движения для точки  $A$ . Для снятия неопределённости обратимся к ортогональному образу  $C_y''$  (рис. 5, б), в котором направление движения точки определяется значением косинуса нормали к оси  $Oy$  и направлено под углом  $\beta=\pi/2-\alpha$  к этой

оси. Причем, точка  $A$  на образе  $C_y^{\text{II}}$ , также имеет альтернативное направление. Единственно верное направление смещения точки в одну из 8 соседних точек вычисляется путем сопоставления значений с обоих образов.

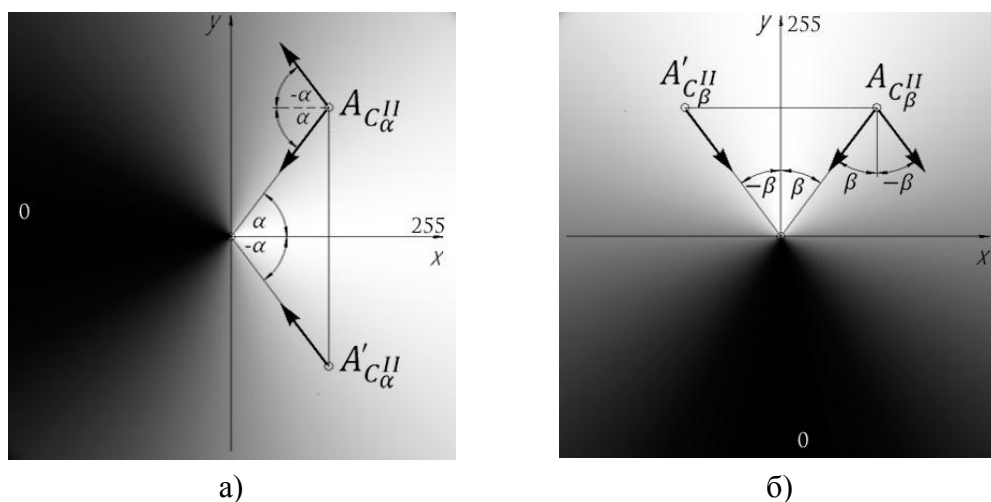


Рис. 5. Вычисление направления движения по градации цвета в точке на основе двух ортогональных  $M$ -образов:  $C_x^{\text{II}}$  (а) и  $C_y^{\text{II}}$  (б)

Аналитическое описание поверхности  $RfG$ -модели (геометрическая  $R$ -функциональная градиентная модель) для организации градиентного спуска рассмотрено в разделе 2.2. Целевая точка представлена функцией окружности с единичным (минимальным) радиусом. С помощью операций аппарата  $R$ -функций объединяются пространства функции цели с отрицательной областью функций препятствий. Применяя принцип порождения  $M$ -образов, рассмотренных в разделе 1.1, на основе  $RfG$ -модели формируется пара ортогональных образов, с помощью которой строится алгоритм градиентного спуска. Результат градиентного движения (рис. 6, а) демонстрирует, что точка из любого положения достигает цель, обходя группу препятствий согласно сформированному рельефу поверхности.

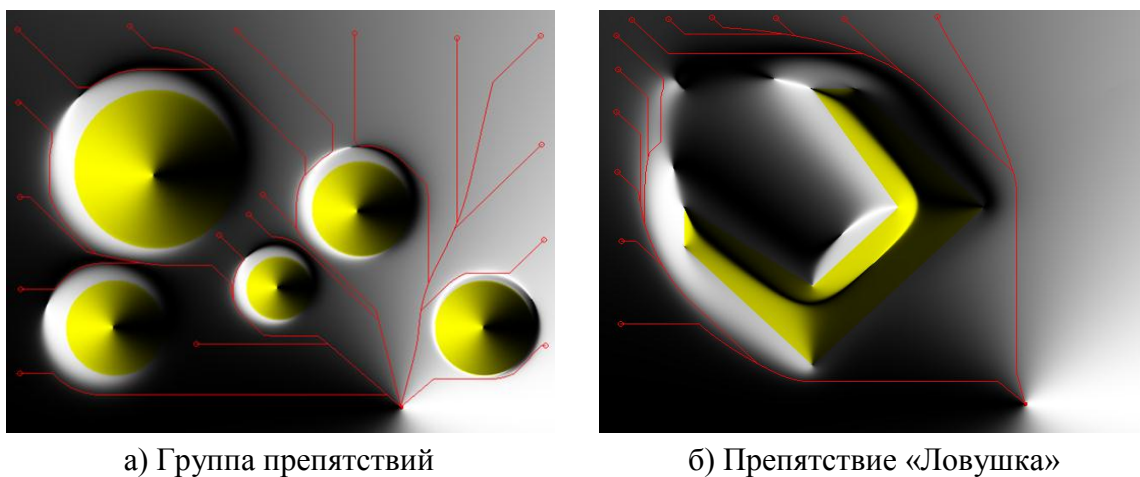


Рис. 6. Построение траекторий обхода препятствий на основе градиентного спуска

В методе функциональных потенциалов препятствия могут представляться простыми выпуклыми объектами, чтобы избежать попадания в локальный минимум. Дополнительные экстремумы могут возникать и при реализации градиентного спуска средствами ФВМ, что свидетельствует о чувствительности метода к попаданию в «ловушку». Использование дополнительных коэффициентов, влияющих на изменение формы поверхности, позволяет частично решить эту проблему (рис. 6, б). Преимущество градиентного способа заключается в динамическом перенаправлении, т.е. даже отклонившись от траектории, можно найти новое направление движения к цели.

В разделе 2.3 рассматривается алгоритм вычисления направления движения по градиенту в трехмерном пространстве, на примере обхода двух заданных препятствий. Для вычисления направления смещения в соседнюю точку в 3D-пространстве *RfG*-модель будет формировать три взаимно ортогональных *M*-образа (рис. 7). Рассматривается возможность применения ФВМ в решении многомерных задач минимизации и градиентного спуска. Причем, размерность пространства устанавливает количество образов для вычисления однозначного направления движения.

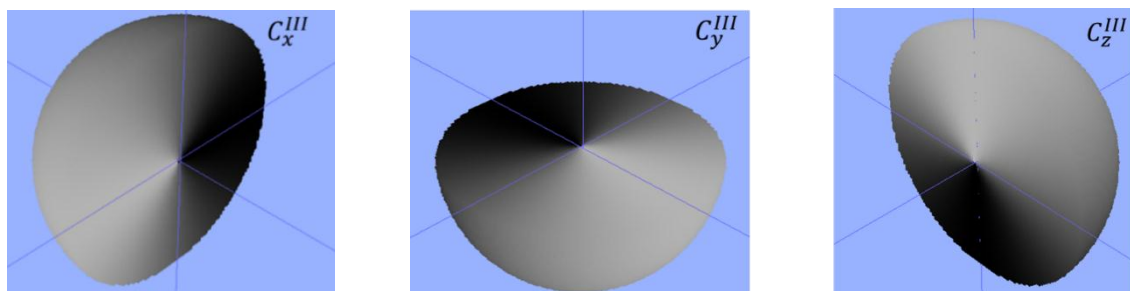


Рис. 7. *M*-образы для построения градиентного спуска в 3D-пространстве

В **третьей главе** рассматриваются вопросы построения прямолинейного скелета формы и диаграммы Вороного средствами ФВМ, а также применение их в задачах поиска пути. В разделе 3.1 проводится сравнительный анализ результатов классического способа построения прямолинейного скелета, полученного путем параллельного сжатия сторон многоугольника (рис. 8, а) со скелетом, сформированным на основе *M*-образов (рис. 8, б). Изменение рельефа функционально-воксельного пространства при различных значениях  $\alpha$  показало, что при  $\alpha=1$  происходит формирование *RfS*-модели (организация прямолинейного скелета). Система *R*-функций (1) преобразуется в линейный вид:

$$\begin{cases} \omega_1 \wedge_1 \omega_2 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2 + |\omega_1 - \omega_2|); \\ \omega_1 \vee_1 \omega_2 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2 - |\omega_1 - \omega_2|), \end{cases} \quad (2)$$

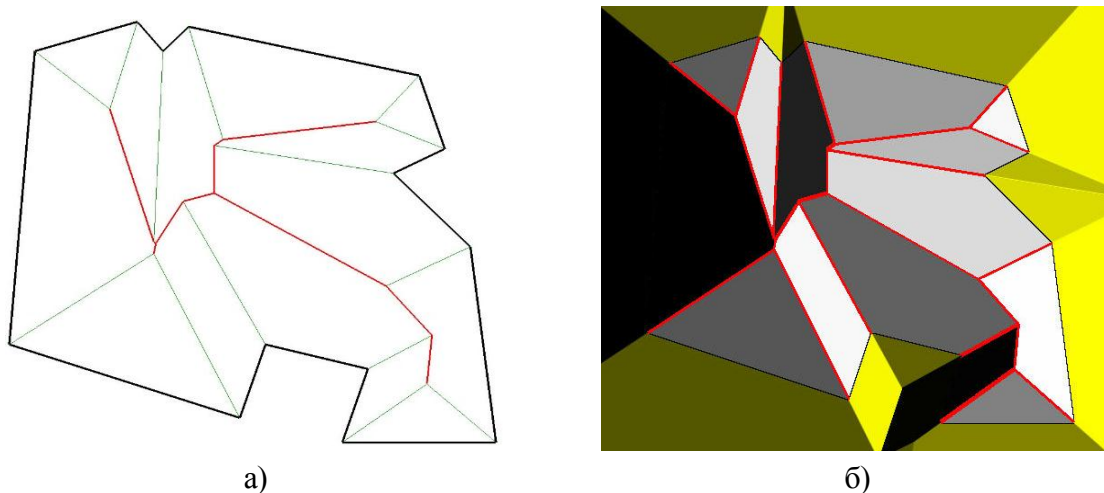


Рис. 8. Прямолинейный скелет невыпуклого контура, полученный параллельным сдвигом сторон (а) и на основе  $RfS$ -модели (б)

Вычисление скелета для компьютера заключается в распознавании разности значений палитры в соседних точках и не требует дополнительных численных преобразований. Это открывает возможность построения маршрута внутри такого скелета из одного угла внутренней области многоугольника в другой.

В случае незамкнутого контура траекторией маршрута является диаграмма Вороного, которая активно используется при планировании перемещения подвижных объектов. В разделе 3.2 описывается построение диаграммы Вороного с помощью ФВМ. Точки представляют собой окружности с минимальным радиусом. При использовании системы  $R$ -функций (2) получаем  $RfS$ -модель, которая формирует диаграмму Вороного для конечного числа точек. Так на рисунке 9 (а) представлен  $M$ -образ диаграммы Вороного для 1000 точек.

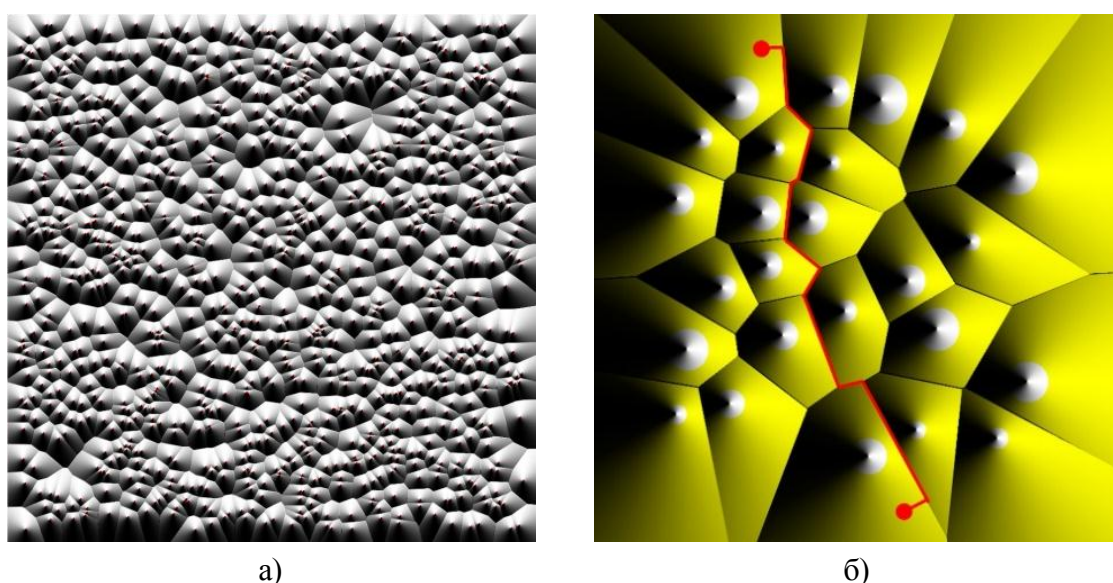


Рис. 9. Построение диаграммы Вороного на основе  $RfS$ -модели для 1000 точек (а) и 25 объектов с построенной трассой для заданных точек входа-выхода (б)

Схожий принцип используется при построении диаграммы Вороного для объектов (рис. 9, б). Решение задачи поиска пути при наличии начальных и конечных точек маршрута сводится к нахождению ближайшего ребра, а затем движению по ребрам диаграммы до сближения с конечной точкой. Планирование пути может осуществляться с помощью построения дорожной карты, полученной на основе диаграммы Вороного.

Данный подход хоть и позволяет получить возможные траектории обхода препятствий, но не имеет однозначного задания опорных точек маршрута. Решением данной проблемы стало замыкание сцены еще одним объектом, способным однозначно выделить рельеф между точками входа и выхода трассы. Таким объектом стал эллипс, описанный через координаты фокусных точек.

В разделе 3.3 рассматривается поведение рельефа функции на  $M$ -образах эллипсов, описанных с помощью канонического уравнения и фокусного (3):

$$\sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2} + \sqrt{(x - x_B)^2 + (y - y_B)^2} = 2a \quad (3)$$

Каноническое уравнение эллипса формирует единственный экстремум в центральной точке. Уравнение эллипса, выраженное через фокусные точки (3) позволяет не только задавать негоризонтальное положение, но и выделяет хребет между точками фокуса, который представлен на рисунке 10 (а). Порождённые  $M$ -образы (рис. 10, б-в) наглядно отображают рельеф поверхности функции, представленный в виде цветового контрастного перехода на уровне точек хребта между фокусами, т.е. по ходу применения графической обработки изображения вырабатывается признак появления особых точек.

Результаты объединения препятствий с эллипсом, выраженного через фокусы, представлены в разделе 3.4. Полученная  $RfS$ -модель формирует диаграмму Вороного, которая может быть представлена полной дорожной картой, что позволяет применять соответствующие алгоритмы.

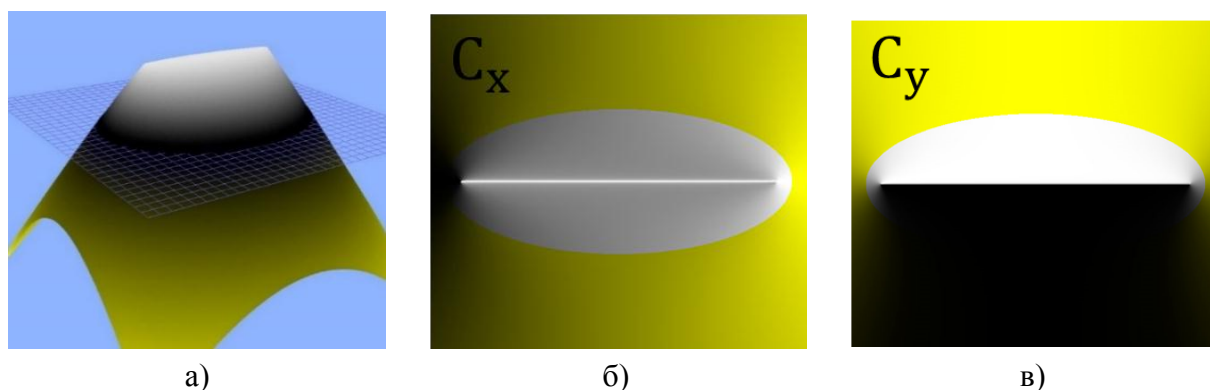


Рис. 10. Воксельное построение функции фокусного эллипса (а) и полученные на его основе порожденные  $M$ -образы (б-в)

В четвертой главе предложена новая  $RfR$ -модель для построения маршрутов обхода препятствий, на основе выделения рельефных свойств поверхности функции, описывающей среду движения. Траектории, полученные на основе прямолинейного скелета или диаграммы Вороного, не удовлетворяют требованиям гладкости и нуждаются в дополнительных алгоритмах сглаживания.

В разделе 4.1 рассматривается принцип поиска траекторий маршрута на основе выделения рельефных свойств (хребтов и лоцин)  $RfR$ -модели. Действительно, использование  $\alpha$ -системы  $R$ -функций при  $\alpha=0$  для построения  $RfR$ -модели на основе описанного в разделе 3.3 уравнения эллипса (3) позволяют получить поверхность с рельефом, который плавно огибает препятствие (рис. 11, а, б).

Однако, алгоритмизация распознавания трассы на представленных образах весьма затруднительна, поскольку в определенных местах для компьютера имеются нечёткие цветовые переходы выделяемой границы формы. Решением в данном случае может стать порождение дополнительной пары графических образов (рис. 11, в, г), которые будут отображать знак косинуса отклонения от ортогональных осей. Дальнейшие шаги алгоритма построения маршрутов заключаются в распознавании точек рельефных проявлений на поверхности функции.

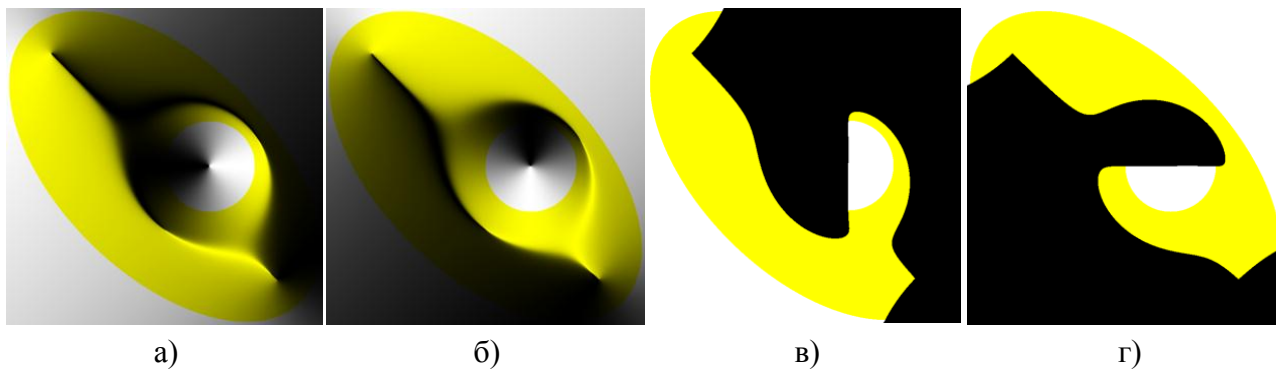
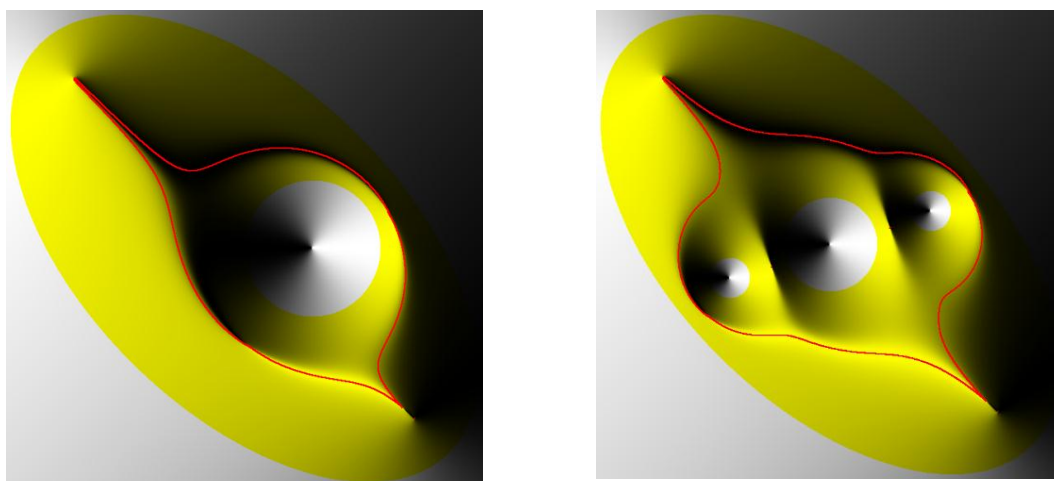


Рис. 11. Влияние препятствия на поведение рельефа поверхности функции  $RfR$ -модели: на квадратичных  $M$ -образах (а,б) и  $M$ -образах знака первой производной (в,г)

С помощью вычисления цветового контраста для каждого образа выделяются границы участков маршрута, а сопоставление таких участков при наложении образов позволяет выявить не принадлежащие маршруту участки, тем самым отфильтровать их. В результате получаются два маршрута обхода препятствия (рис. 12, а), не требующих применения дополнительных алгоритмов сглаживания.



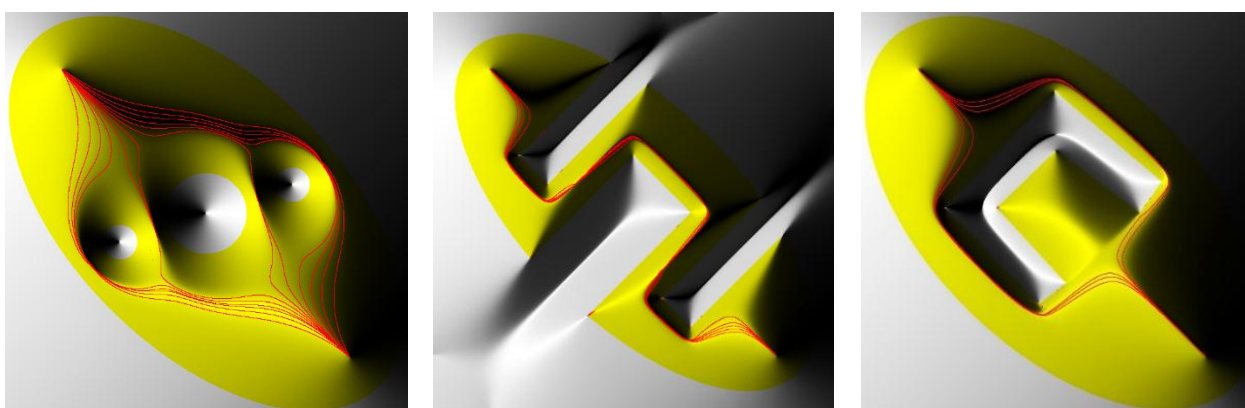
а)

б)

Рис. 12. Выделение траектории на  $RfR$ -модели: для одного (а) и трех (б) препятствий

В разделе 4.2 рассматривается принцип многовариантного нахождения маршрутов на примере обходов нескольких или более сложных препятствий. В результате  $R$ -функционального объединения поверхностей нескольких объектов и применения, рассмотренного в разделе 4.1 алгоритма трассировки, получаем две трассы, огибающие препятствия лишь с двух сторон (рис. 12, б). Очевидно, что полученное решение не является единственным и существуют маршруты, проходящие между препятствиями. Для получения полной информации о рельефе, приходится вращать сцену или источник освещения.

При поэтапном повороте сцены появляются новые графические образы, контур и форма которых совпадают с исходной функцией до поворота. Набор таких графических образов способен дать наиболее подробную информацию о поведении функции. В результате возникают новые варианты прокладки трассы, в том числе между объектами.



а)

б)

в)

Рис. 13. Многовариантная модель трассировки для 3 препятствий (а), случая сложного коридора (б) и препятствия «ловушка» (в)



Многовариантность маршрутов представлена на рисунке 13 (а). Она позволяет производить выбор маршрута среди предложенных направлений. Многовариантность маршрутов характерна для работы с  $RfR$ -моделью и позволяет формировать «коридоры», в пределах которых могут располагаться варианты маршрутов с учетом препятствий. Рассматриваются случаи прохождения узкого коридора (рис. 13, б) и  $U$ -образного препятствия (рис. 13, в).

Особую роль при выборе алгоритма поиска пути играет возможность задания дополнительных параметров окружающей среды. Так, например, при моделировании движения манипулятора робота может возникать необходимость в повышении или понижении уровня «опасности» приближения к отдельным объектам. В разделе 4.3 рассматривается возможность задания дополнительных параметров «управления» окружающей средой для  $RfR$ -модели.

Разработанные в работе алгоритмы используют аналитический способ задания объектов. Раздел 4.4 посвящен актуальной проблеме автоматизированного решения обратной задачи аналитической геометрии – есть объект в виде заданных точек, необходимо для него построить уравнение. Для этого требуется автоматизировать воксельную функционализацию замкнутых невыпуклых контуров. Рассматриваются различные подходы к описанию сложных контуров на основе полуплоскостей, и сравнивается поведение функционального пространства каждого из них. Основой функционально-воксельной трассировки является поведение рельефа функции на всем функциональном пространстве, поэтому был выбран кусочно-аналитический алгоритм описания сложного контура. Примеры работы всех алгоритмов, представленные в диссертационной работе, основаны на программной реализации кусочно-аналитического алгоритма путем интерактивного ввода точек замкнутого контура и создания функционально-воксельной  $RfG$ ,  $RfS$  или  $RfR$ -модели.

### **Основные результаты и выводы**

1. Применение функционально-воксельного моделирования в решении задач поиска пути показало свою эффективность, поскольку позволяет описать алгоритмы решения таких задач единым представлением расчётной модели, а также приводит к графическому получению результата без применения сложных вычислений на основе численных методов.

2. Разработана  $RfG$ -модель для описания поверхности функции для решения задачи ПП на основе аппарата  $R$ -функций для градиентного спуска.

*RfG*-Модель позволяет отказаться от компьютерных дифференциальных вычислений, заменяя их простыми алгебраическими конструкциями.

3. Разработан алгоритм моделирования вспомогательных графических образов и формирования на их основе функционально-воксельной модели для описания *RfS*-модели с графическим выделением точек прямолинейного скелета формы замкнутого плоского контура. Это позволяет графически находить решение без применения численных методов.

4. Разработана и включена в класс порождаемых *M*-образов функционально-воксельного моделирования пара ортогональных образов, отображающая знак компоненты плоской нормали. Такая локальная геометрическая характеристика однозначно формирует области возрастания-убывания значения функции в ортогональных направлениях дифференцирования. Применение таких образов позволяет автоматизировать задачи графического вычисления характерных точек рельефа поверхности функции (хребет, лощина, холм, котловина, седловина).

5. Разработан подход к решению задачи ПП на основе рельефной оценки поверхности *RfR*-модели и создания вариационной графической модели построения маршрутов. Конструкция *RfR*-модели состоит из самостоятельной функции, формирующей прямолинейный хребет-путь между конечными точками движения, а также функций-препятствий, влияющих на изменение формы хребта-пути, но сохраняющего свои конечные точки движения.

6. Разработанные алгоритмы поиска пути рассматриваются на плоскости, однако за счет привлечения многомерной воксельной графической структуры они легко адаптируемы к любому увеличению размерности пространства.

### **Публикации по теме диссертационной работы**

*Статьи, опубликованные в изданиях, рекомендованных ВАК:*

1. Локтев, М.А. Построение воксельных моделей геометрических объектов/ С.Н. Григорьев, М.А. Локтев, А.В. Толоч // Прикладная информатика. – 2013. – № 4. – С. 50-56.

2. Локтев, М.А. Метод функциональной вокселизации полигональных объектов на основе математического аппарата *R*-функций/ М.А. Локтев, А.В. Толоч // Прикладная информатика. – 2016. – Т. 11, № 1 (61). – С. 127-134.

3. Локтев, М.А. Функциональный принцип обхода препятствий с применением метода функционально-воксельного моделирования/ М.А. Локтев, А.В. Толоч // Вестник МГТУ «СТАНКИН». – 2016. – № 1 (36). – С. 75-80.

4. Локтев, М.А. К планированию маршрутов в 3d-среде с многовариантной моделью/ С.Н. Васильев, М.А. Локтев, А.В. Толок, Н.Б. Толок, С.А. Ульянов // Труды СПИИРАН. – 2016. – № 2(45). – С. 5-25.

5. Локтев, М.А. Особенности применения функционально-воксельного моделирования в задачах поиска пути с препятствиями/ М.А. Локтев // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2016. – № 1. – С. 45-49.

*Статьи в сборниках научных трудов и сборниках конференций:*

6. Локтев, М.А. Методика применения воксельных графических данных в многоматериальных системах селективного лазерного плавления/ М.А. Локтев, А.В. Толок, А.А. Окунькова // Современная наука: тенденция развития: матер. IV Междунар. науч.-практ. конф. – Краснодар, 2013. – С. 110-115.

7. Локтев, М.А. Кусочно-аналитическое представление полигональной модели на основе аппарата R-функций/ М.А. Локтев, А.В. Толок // Математическое моделирование и информатика: тр. XV науч. конф. – М.: ИЦ ФГБОУ ВПО МГТУ «СТАНКИН», 2013. – С. 147-150.

8. Локтев, М.А. Анализация слоя полигональной модели для процесса быстрого прототипирования/ М.А. Локтев, А.В. Толок // Материалы и технологии XXI века: сб. ст. XII Междунар. науч.-техн. конф. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2013. – С. 70-73.

9. Локтев, М.А. Особенности определения основных геометрических характеристик с помощью метода функционально-воксельного моделирования / М.А. Локтев // Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта CAD/CAM/PDM-2015: тр. 15-ой междунар. конф. – М.: ООО Аналитик, 2015. – С. 56-58.

*Свидетельство о регистрации программ для ЭВМ:*

10. Локтев, М.А. Система воксельного моделирования объектов прототипирования / А.Г. Андреев, С.Н. Григорьев, М.А. Локтев, А.В. Толок // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013613586 от 10.04.2013